

# Analisis Perilaku Balok Beton Bertulang Tanpa Tulangan Geser Melalui Pemodelan Elemen Hingga

Muhammad Rizki<sup>1)</sup>, Ridwan<sup>2)</sup>, Alfian Kamaldi<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>Mahasiswa Jurusan Teknik Sipil, Fakultas Teknik, Universitas Riau

<sup>2)</sup>Dosen Jurusan Teknik Sipil, Fakultas Teknik, Universitas Riau

Kampus Bina Widya Jl. HR. Soebrantas KM 12,5 Pekanbaru, Kode 28293

Corresponding Author : [ridwan@eng.unri.ac.id](mailto:ridwan@eng.unri.ac.id)

## ABSTRACT

*The Beam is a structural element that has the function of bearing the load perpendicular to the longitudinal axis. The collapse of reinforced concrete beams without shear reinforcement can be caused by the collapse of one of the shear force transfer components. Beams without shear reinforcement will experience changes in behavior both in terms of strength and collapse patterns. Crack patterns that occur in the test specimen due to loading can change due to changes in the shear strength of the concrete. The purpose of this study was to analyze the shear behavior of reinforced concrete beams without shear reinforcement to obtain crack patterns maximum load, and maximum deflection values through finite element model. The crack pattern of the specimens through the finite element program started by the initial cracks that initially occur in the tensile region in the form of flexural cracks, then cracks turned into diagonal cracks towards the compressive part of the beam near the load bearing which cause a failure in the form of shear failure. The results of finite element model showed the maximum load obtained by reinforced concrete beams without shear reinforcement is 31.493 kN with a deflection of 8.054 mm.*

*Keywords: beam without shear reinforcement, FEM, shear behavior, crack pattern*

## A. PENDAHULUAN

Balok merupakan elemen struktur yang sangat penting di suatu konstruksi. Dalam perencanaannya, konstruksi balok direncanakan kuat menahan gaya-gaya yang mungkin terjadi sesuai perhitungan beban. Balok akan mengalami lentur dan geser ketika beban bekerja. Perilaku ini sebagai akibat dari regangan deformasi yang disebabkan oleh beban eksternal. Pada saat beban bertambah, balok akan menahan regangan dan refleksi tambahan, sehingga terjadi retak lentur dan geser di sepanjang bentang balok. Penambahan yang terus menerus terhadap tingkat beban maka akan mengakibatkan kegagalan elemen struktural ketika beban eksternal mencapai kapasitas elemen tersebut.

Tulangan geser berfungsi sebagai komponen penahan gaya geser untuk mencegah terjadinya retak geser. Tulangan geser akan mencegah perjalanan retak diagonal sehingga tidak menerus ke bagian tekan beton dan untuk memberi kekuatan

tertentu terhadap terlepasnya beton. Jika dibuat suatu komponen struktur beton bertulang tanpa tulangan geser, tentu konstruksi beton itu akan pecah akibat tegangan geser yang bekerja melebihi tegangan geser beton yang relatif kecil tersebut (Nawy, 1998).

Balok tanpa tulangan geser akan mengalami kerusakan geser yang umumnya terjadi di daerah sepanjang kurang lebih tiga kali tinggi efektif balok, yang mana daerah tersebut dinamakan bentang geser. Retak akibat tarik diagonal merupakan salah satu cara terjadinya kerusakan akibat geser. Untuk bentang geser yang lebih pendek, kerusakan akan timbul sebagai kombinasi dari pergeseran, remuk, dan belah. Sedangkan untuk balok beton tanpa tulangan geser dengan bentang geser lebih panjang, retak karena tegangan tarik lentur akan terjadi lebih dahulu sebelum timbul retak karena tarik diagonal. Dengan demikian terjadinya retak tarik lenturan pada balok tanpa tulangan geser merupakan

peringatan awal kerusakan geser (Dipohusodo, 1994)

Metode elemen hingga adalah prosedur numerik untuk memecahkan masalah mekanika kontinum dengan tujuan memperoleh pemecahan pendekatan dari suatu persamaan diferensial parsial (*Partial Differential Equation*, PDE). Salah satu perangkat lunak berbasis elemen hingga yang dapat digunakan untuk pemodelan dan analisis adalah ABAQUS. Keunggulan dari program ABAQUS ini yaitu dapat memecahkan masalah mulai dari analisis linear relative sederhana sampai simulasi nonlinear yang paling kompleks. Program ini memiliki daftar yang sangat luas dari model material yang dapat mensimulasikan perilaku sebagian besar bahan rekayasa, termasuk logam, karet, polimer, komposit, dan beton bertulang (*Abaqus User's Manual*, 2008).

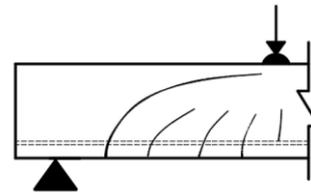
## B. TINJAUAN PUSTAKA

### B.1 Jenis Kegagalan Geser Balok Beton Bertulang Tanpa Tulangan Geser

Balok beton bertulang tanpa tulangan geser akan mengalami beberapa kegagalan apabila balok diberi beban mencapai beban maksimumnya. Berikut berbagai jenis kegagalan yang diterima oleh balok tanpa perkuatan geser (Birgisson, 2011):

#### 1. Kegagalan Tarik Diagonal (*Diagonal Tension Failure*)

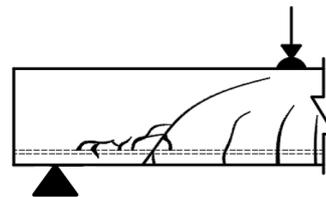
Kegagalan tarik diagonal dimulai dari retakan lentur terakhir yang terbentuk. Kegagalan terjadi pada balok ketika rasio  $a/d$  sekitar 1-2,5 dalam rentang geser "a". Retak merambat melalui balok sampai mencapai zona tekan balok. Ketika balok mencapai titik kritis, balok akan mengalami retak diagonal sebagai akibat pemisahan beton akibat tekan. Seringkali ini terjadi tanpa peringatan dan terjadi kegagalan secara tiba-tiba.



Gambar 1. Kegagalan Tarik Diagonal (*Diagonal Tension Failure*) Menurut Birgisson (2011)

#### 2. Kegagalan Tarik Geser (*Shear Tension Failure*)

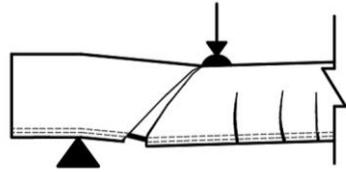
Jenis kegagalan ini mirip dengan kegagalan tarik diagonal tetapi berlaku untuk balok pendek. Retakan geser merambat melalui balok tetapi tidak menyebabkan kegagalan balok sendiri. Retakan sekunder bergerak sepanjang tulangan longitudinal dari retak lentur terakhir yang dapat menyebabkan hilangnya ikatan antara tulangan dan berakhir dengan kegagalan beton.



Gambar 2. Kegagalan Tarik Geser (*Shear Tension Failure*) Menurut Birgisson (2011)

#### 3. Kegagalan Tekan Geser (*Shear Compression Failure*)

Menurut Nawy (1998), kegagalan tekan geser memiliki retak miring yang lebih curam daripada retak tarik diagonal dan retak tarik geser. Retak tekan geser akan menjalar terus menuju sumbu netral dan kecepatan penjaralan ini semakin berkurang akibat dari hancurnya beton pada tepi tertekan dan terjadinya redistribusi tegangan pada daerah atas. Ragam kegagalan geser ini dapat dipandang kurang getas dibandingkan dengan ragam keruntuhan geser yang lain karena adanya redistribusi tegangan tadi.

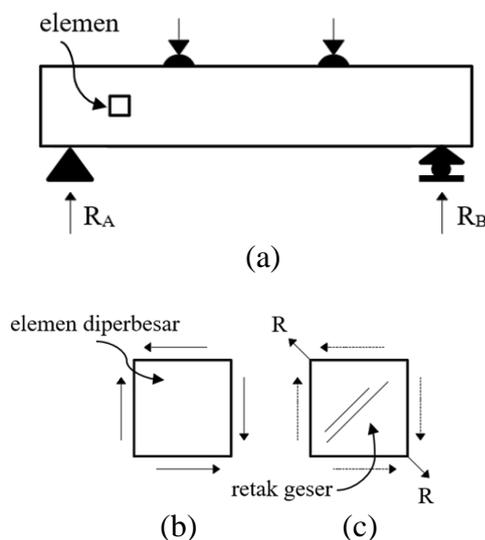


Gambar 3. Kegagalan Tekan Geser (*Shear Compression Failure*) Menurut Birgisson (2011)

## B.2 Perilaku Geser Balok Beton Bertulang Tanpa Tulangan Geser

Perilaku balok beton bertulang pada keadaan runtuh karena geser sangat berbeda dengan keruntuhan karena lentur. Perilaku keruntuhan geser bersifat getas (*brittle*), oleh karena itu keruntuhan geser pada balok umumnya terjadi secara tiba-tiba dan tanpa adanya peringatan terlebih dahulu (Nawy, 1998).

Untuk memberikan gambaran yang cukup jelas tentang bekerjanya gaya geser pada balok, diambil sebuah elemen kecil dari beton yang berada di dekat ujung balok, kemudian elemen tersebut diperbesar sehingga dilukiskan gaya-gaya geser di sekitar elemen beton seperti tampak pada Gambar 4.



Gambar 4. Retak Balok Akibat Gaya Geser Menurut Asroni (2010); (a) Elemen Pada Balok; (b) Gaya Geser di Sekitar Elemen; (c) *Resultan R* dan Retak Geser

Gaya yang timbul akibat reaksi pada tumpuan kiri balok ( $R_A$ ) menyebabkan terjadinya gaya geser dengan arah ke atas pada bidang elemen sebelah kiri (Gambar 4.b). Keseimbangan gaya vertikal pada elemen beton terjadi karena elemen beton berada pada keadaan stabil, sehingga pada permukaan bidang elemen sebelah kanan timbul gaya geser ke bawah yang mana kedua gaya geser pada kedua permukaan bidang (bidang kiri dan kanan) ini besarnya sama. Pada elemen beton timbul momen yang arahnya sesuai dengan arah putaran jarum jam yang diakibatkan gaya geser ke atas pada permukaan bidang kiri, dan gaya geser ke bawah pada permukaan bidang kanan. Karena elemen beton berada pada keadaan stabil, berarti terjadi keseimbangan momen pada elemen beton, sehingga momen yang ada harus dilawan oleh momen lain yang besarnya sama tetapi arahnya berkebalikan, yaitu berlawanan dengan arah putaran jarum jam. Momen yang arahnya berlawanan dengan arah putaran jarum jam dapat terjadi, jika pada permukaan bidang elemen sebelah atas ada gaya geser dengan arah ke kiri, dan pada permukaan bidang elemen sebelah bawah ada gaya geser dengan arah ke kanan. Kedua gaya geser terakhir ini juga memiliki besar yang sama.

Gaya geser ke atas pada permukaan bidang kiri dan gaya geser ke kiri pada permukaan bidang atas membentuk *resultan R* yang arahnya miring ke kiri-atas, sedangkan gaya geser ke bawah pada permukaan bidang kanan dan gaya geser ke kanan pada permukaan bidang bawah juga membentuk *resultan R* yang arahnya miring ke kanan-bawah. Kedua *resultan* yang muncul tersebut sama besarnya, tetapi berlawanan arah dan saling tarik-menarik. Jika elemen beton tidak mampu menahan gaya tarik dari kedua *resultan R*, maka elemen beton akan retak dengan arah miring, membentuk sudut  $45^\circ$  seperti terlihat pada Gambar 4.c.

### B.3 Model dan Perilaku Material Pada Program Elemen Hingga ABAQUS

ABAQUS memiliki beberapa metode untuk menggambarkan perilaku beton yang mengalami berbagai kondisi pembebanan, diantaranya adalah metode *Smearred Crack*, metode *Brittle Cracking*, dan metode *Concrete Damaged Plasticity (CDP)*.

Metode *Concrete Damaged Plasticity (CDP)* digunakan dalam memodelkan perilaku plastis dari beton. Metode ini mengansumsikan mekanisme kegagalan utama dari beton yaitu retak akibat tekan dan tarik. Metode ini menggunakan mekanisme leleh dengan persamaan yang dikembangkan sesuai fungsi hasil oleh Lubliner, et.al. (1989) dan dimodifikasi oleh Lee & Fenves (1998). Untuk mendapatkan perilaku nonlinier dari beton, maka dilakukan pemodelan elemen hingga 3D nonlinier untuk menganalisis beban

tekan sampai kuat tekan ultimate dari benda uji.

Terdapat lima parameter utama yang perlu didefinisikan dalam metode CDP yaitu sudut dilatasi ( $\psi$ ), eksentrisitas ( $\epsilon$ ), nilai K, perbandingan kuat tekan satu arah ( $f_b0/f_c0$ ), dan parameter viskositas ( $\mu$ ). Beberapa peneliti sebelumnya (Danesh, et.al., 2008; Kam & Kuang, 2014; Abbas, et.al., 2014; Rombach & Faron, 2019) melakukan kajian terhadap nilai parameter CDP tersebut dan menunjukkan bahwa kelima nilai parameter tersebut memiliki nilai yang sesuai dengan karakteristik beton. Namun, dari hasil penelitian mendapatkan nilai rentangan tertentu dari kelima parameter tersebut. Adapun rentang nilai parameter CDP yang memberikan hasil mendekati hasil eksperimen dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Rekomendasi Nilai Parameter *Concrete Damaged Plasticity (CDP)*

Sudut Dilatasi ( $\psi$ )	Eksentrisitas ( $\epsilon$ )	K	$f_b0/f_c0$	$\mu$
25° s/d 40°	0,1	2/3	1,16	0,00001 s/d 0,001

Pemodelan baja tulangan pada program elemen hingga dapat dilakukan dengan beberapa macam metode, yaitu:

1. *Discrete model* adalah baja tulangan yang dimodelkan sebagai elemen batang ataupun elemen balok lentur dengan nodal yang saling terkoneksi dengan nodal beton.
2. *Smearred model* adalah model yang mengasumsikan tulangan tersebar merata di dalam elemen beton, dibentuk dari properti material beton dan baja menggunakan teori komposit.
3. *Embedded model* adalah model yang bertujuan untuk mengatasi keterbatasan pembuatan mesh elemen beton yang tidak independen, karena tergantung dari posisi tulangan.

Pada *embedded model*, nodal tulangan dimungkinkan tidak berhimpit dengan nodal elemen beton. Program akan membuat suatu nodal baru yang terletak

pada perpotongan sisi elemen beton dengan tulangan. Perpindahan pada titik pertemuan kedua elemen tersebut haruslah kompatibel, sehingga perlu ada evaluasi khusus. Untuk struktur dengan posisi tulangan yang kompleks, *embedded model* merupakan pendekatan yang tepat untuk digunakan karena model ini dapat menggunakan pegas fiktif untuk memodelkan *bond slip*.

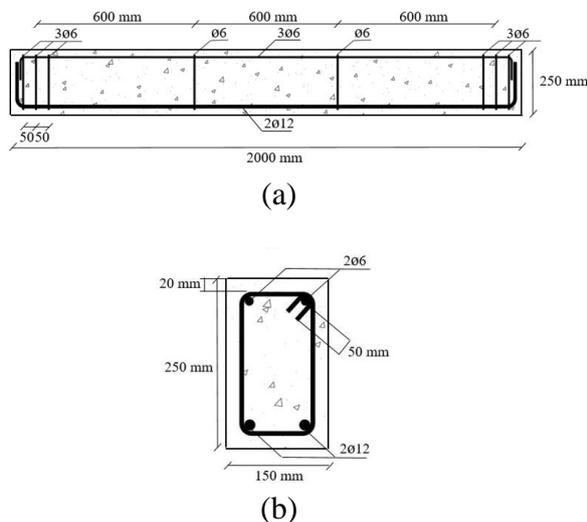
## C. METODOLOGI PENELITIAN

### C.1 Deskripsi Pemodelan Balok Beton Bertulang Tanpa Tulangan Geser

Pemodelan balok beton bertulang tanpa tulangan geser didesain sedemikian rupa sehingga kapasitas gesernya lebih kecil dari kapasitas lentur, sehingga dengan demikian balok beton bertulang tanpa tulangan geser akan mengalami keruntuhan geser.

Model elemen hingga berbentuk balok dengan ukuran penampang 150 mm × 250 mm dengan panjang antar tumpuan adalah 1800 mm yang terdapat baja tulangan polos

didalamnya. Baja tulangan yang dimodelkan terdiri dari dua tulangan longitudinal atas berdiameter 6 mm dan dua tulangan longitudinal bawah berdiameter 12 mm. Untuk menghindari kerusakan geser akibat konsentrasi tegangan pada tumpuan dan posisi beban titik, maka balok diperkuat dengan delapan tulangan sengkang berdiameter 6 mm, yaitu satu buah diletakkan masing-masing pada *loading plate* dan tiga buah yang diletakkan di bagian kiri dan kanan dekat tumpuan balok. Detail pemodelan balok beton bertulang tanpa tulangan geser dapat dilihat pada Gambar 5.



Gambar 5. Detail Pemodelan Balok Beton Bertulang Tanpa Tulangan Geser; (a) Potongan Memanjang; (b) Potongan Melintang.

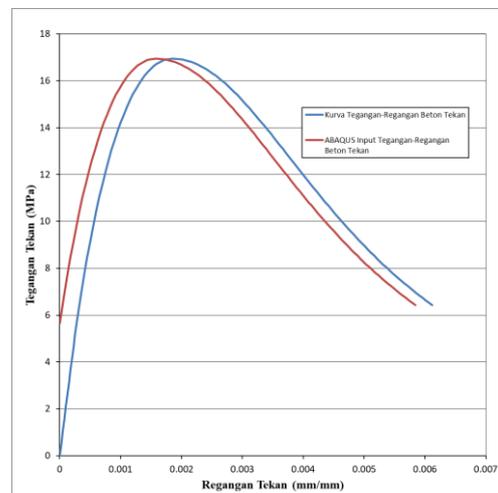
## C.2 Model Elemen Hingga

Pemodelan balok beton bertulang tanpa tulangan geser dibuat sesuai dimensi balok yang telah direncanakan dengan bantuan aplikasi berbasis elemen hingga ABAQUS CAE 6.11. Model balok beton bertulang dibuat dalam ukuran *mesh* 25 mm.

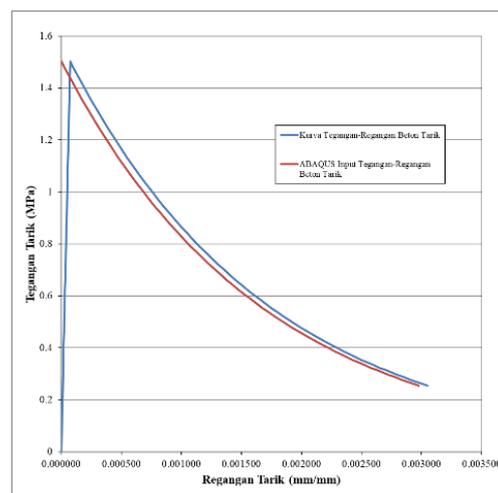
### C.2.1 Beton

Model material *Concrete Damaged Plasticity* (CDP) digunakan untuk memodelkan perilaku beton yang mana kegagalan beton ditandai dengan retak tarik dan mekanisme kehancuran kuat tekan. Nilai kuat tekan beton rata-rata adalah

16,946 MPa, yang mana nilai tersebut dimasukkan ke dalam *input* material ABAQUS. Elemen beton yang dimodelkan pada penelitian ini menggunakan elemen solid 3D yang memiliki 8 titik nodal tipe C3D8R. Tipe elemen C3D8R dipilih karena memiliki kemampuan yang baik untuk memodelkan perilaku nonlinear beton. Tipe elemen ini berhasil diimplementasikan dalam pemodelan elemen beton bertulang yang mengalami pembebanan pembalikan siklus (Danesh et al., 2008; Gebreyohannes, 2013).



Gambar 6. Kurva Model Tegangan-Regangan Beton Tekan Pada ABAQUS



Gambar 7. Kurva Model Tegangan-Regangan Beton Tarik Pada ABAQUS

Kurva hubungan tegangan-regangan beton mengikuti model kurva seperti terlihat pada Gambar 6 dan 7. Kurva tegangan-regangan akibat tegangan tekan

dapat dibagi menjadi tiga bagian yaitu bagian kurva *linier-elastis*, bagian pengerasan (*hardening*), dan bagian *softening*. Hubungan tegangan-regangan beton untuk bagian *elastis*, *hardening*, dan *softening* secara berurutan disusun menggunakan persamaan 1, 2, dan 3. Hubungan tegangan-regangan beton pada bagian *hardening* menggunakan persamaan yang disarankan oleh CEB-FIP (1993), sedangkan bagian *softening* menggunakan persamaan yang disarankan oleh Feenstra (1993).

$$\sigma_{c(1)} = E_c \cdot \varepsilon_c \quad (1)$$

$$\sigma_{c(2)} = \frac{E_{ci} \frac{\varepsilon_c}{f_{cm}} - \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{ci}} \right)^2}{1 + \left( E_{ci} \frac{\varepsilon_c}{f_{cm}} - 2 \right) \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{ci}}} f_{cm} \quad (2)$$

$$\sigma_{c(3)} = \left( \frac{2 + \gamma_c f_{cm} \varepsilon_{c1}}{2 f_{cm}} - \gamma_c \varepsilon_c + \frac{\gamma_c \varepsilon_c^2}{2 \varepsilon_{c1}} \right)^{-1} \quad (3)$$

Kurva tegangan-regangan beton akibat beban tarik dibagi menjadi dua bagian, yaitu bagian *elastis* dan *softening*. Nilai kuat tarik beton adalah 1,503 MPa, nilai tersebut dimasukkan dalam memodelkan kurva tegangan-regangan pada ABAQUS. Perilaku *elastis* dan *softening* beton akibat beban tarik dapat dihitung dengan menggunakan persamaan 4 dan 5. Persamaan 5 dikembangkan oleh Kratzig & Polling (2004).

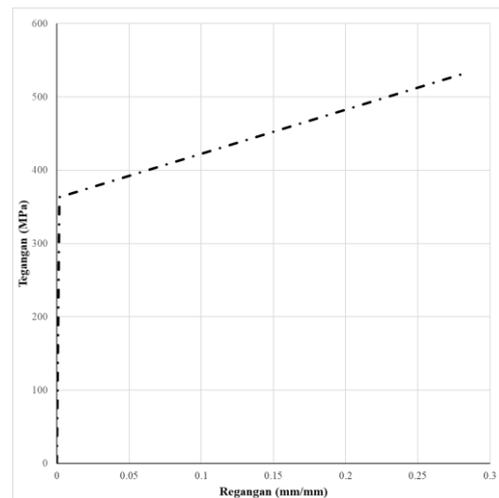
$$f_{ct} = E_c \varepsilon_{cr} \quad (4)$$

$$\sigma_{(\varepsilon)} = f_{ct} \times e^{\left( \frac{\varepsilon_{cr} - \varepsilon}{\gamma_t} \right)} \quad (5)$$

### C.2.2 Tulangan

Elemen tulangan dimodelkan sebagai elemen 1D dengan elemen rangka dengan dua titik nodal (T3D2). Tipe elemen T3D2 dipilih karena membutuhkan waktu yang lebih efisien dalam proses analisis pada

ABAQUS. Ikatan antara tulangan dengan beton menggunakan teknik *embedded model* (*embedded region* dengan *constraint* pada ABAQUS). Kurva tegangan-regangan baja diperoleh dengan memasukkan nilai modulus elastisitas, kuat leleh dan kuat ultimit yang diperoleh dari pengujian laboratorium seperti terlihat pada Gambar 8.

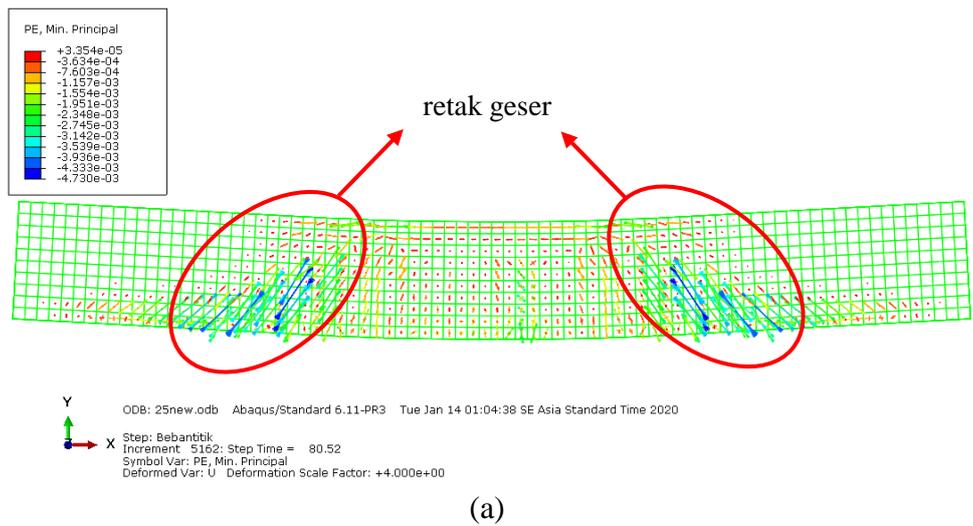


Gambar 8. Kurva Model Tegangan-Regangan Tulangan Tarik Pada ABAQUS

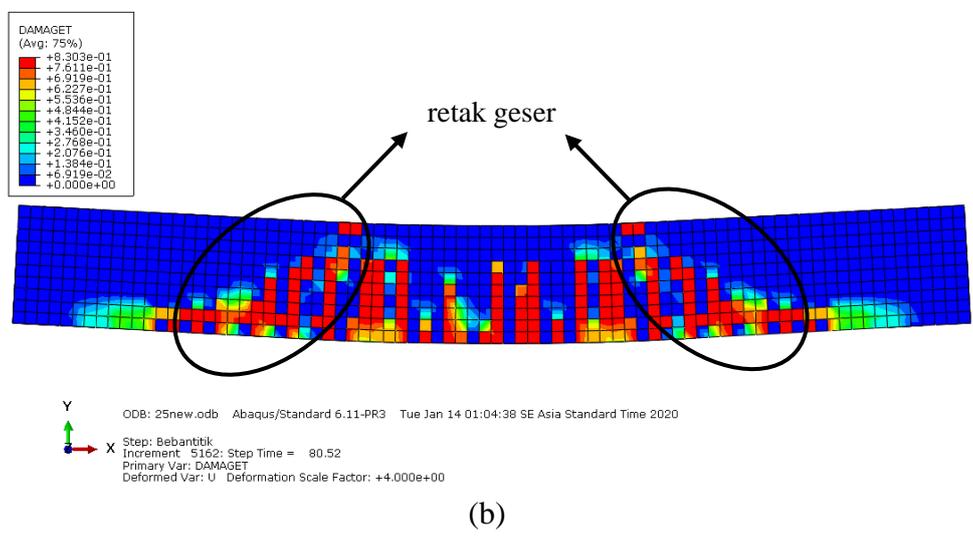
## D. HASIL DAN PEMBAHASAN

### D.1 Pola Retak

Pola retak yang dihasilkan dari pemodelan balok beton bertulang tanpa tulangan geser dapat dilihat pada Gambar 9. Retak pertama ditandai dengan munculnya dua arah retak tegak lurus tepat pada bagian tarik di tengah bidang momen. Besar beban yang mampu ditahan oleh balok saat retak pertama adalah 5,15 kN. Setiap bertambahnya beban yang diberikan pada program elemen hingga menyebabkan arah retak mulai berbentuk miring. Retak miring mulai banyak terlihat dan muncul pada bagian bentang geser balok, yang lama kelamaan menyebabkan balok mencapai beban ultimate dan mengakibatkan keruntuhan pada balok. Jenis keruntuhan atau kegagalan yang terjadi pada balok beton bertulang tanpa tulangan geser pada program elemen hingga ini berupa jenis kegagalan geser.



(a)



(b)

Gambar 9. Pola Retak Balok Beton Bertulang Tanpa Tulangan Geser Melalui Program Elemen Hingga ABAQUS; (a) *Symbol Variable: PE (Min. Principal)*; (b) *Primary Variable: DAMAGET*

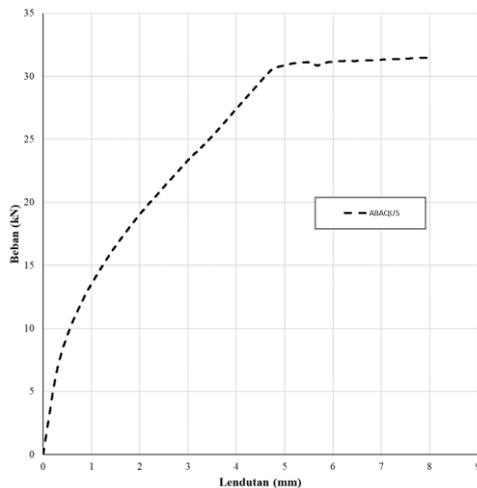
Gambar 9. menunjukkan bahwa retak yang terjadi pada model balok beton bertulang tanpa tulangan geser terbentuk secara diagonal mulai dari tumpuan sendi dan rol sampai ke jarak 1/3 bentang dari muka tumpuan, hal ini dapat disimpulkan bahwa benda uji mengalami keruntuhan geser. Terlihat bahwa konsentrasi regangan tarik beton terakumulasi mulai dari awal pembebanan sampai kapasitas beban geser maksimum tercapai. Arah retak tegak lurus terhadap sumbu mendatar balok disebabkan karena tidak adanya tegangan geser yang bekerja di sepanjang daerah bentang

tersebut, dengan tidak adanya regangan geser maka regangan utama tarik sejajar sumbu mendatar dan arah retak menjadi tegak lurus arah regangan tarik.

**D.2 Hubungan Beban dan Lentutan**

Pemodelan elemen hingga balok beton bertulang tanpa tulangan geser menghasilkan nilai beban maksimum sebesar 31,493 kN. Elemen balok dan tulangan yang dimodelkan pada elemen hingga ABAQUS sama-sama mengalami deformasi dan dapat dilihat lentutannya secara visual. Nilai lentutan yang terjadi pada saat pembebanan maksimum adalah

8,053 mm. Gambar 10. menunjukkan grafik hubungan beban dan lendutan balok beton bertulang tanpa tulangan geser hasil program elemen hingga ABAQUS.



Gambar 10. Nilai Hubungan Beban-Lendutan Balok Beton Bertulang Tanpa Tulangan Geser Melalui Hasil Program Elemen Hingga ABAQUS

Hubungan beban dan lendutan dibagi menjadi tiga daerah. Daerah I (pra retak) merupakan daerah dimana balok masih berperilaku elastis. Pada pembebanan 5,15 kN, balok tanpa tulangan geser sudah tidak lagi berada pada kondisi elastis dan mulai muncul retak pertama pada beton dengan lendutan sebesar 0,21 mm. Daerah II adalah daerah dimana balok mengalami kondisi platis dan kondisi tersebut berakhir setelah mencapai beban sebesar 30,67 kN dengan lendutan sebesar 4,8 mm. Semakin bertambahnya beban, grafik beban lendutan menjadi semakin landai dari sebelumnya. Setelah itu masuk ke daerah III, hal ini ditandai dengan grafik menjadi semakin datar yang menandakan melelehnya baja tulangan. Pada daerah III, retak yang terjadi pada balok bertambah banyak, lendutan semakin besar, dan retak yang semakin lebar. Balok beton bertulang tanpa tulangan geser mengalami keruntuhan geser pada saat beban maksimum yang dipikul benda uji balok sebesar 31,493 kN dengan besar lendutan mencapai 8,054 mm.

## E. Kesimpulan dan Saran

### E.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis elemen hingga yang dilakukan terhadap benda uji balok beton bertulang tanpa tulangan geser dapat disimpulkan bahwa:

1. Mekanisme keruntuhan yang terjadi pada benda uji melalui pemodelan elemen hingga adalah tipe keruntuhan geser, ditandai dengan retak awal yang mula-mula terjadi pada daerah tarik berupa retak lentur, kemudian retak berangsur menjalar menyudut ke arah bagian tekan balok dekat tumpuan beban yang menimbulkan kerunturan berupa keruntuhan geser.
2. Hasil pemodelan elemen hingga menunjukkan bahwa beban maksimum yang diperoleh balok beton bertulang tanpa tulangan geser adalah 31,493 kN dengan lendutan sebesar 8,054 mm.

### E.2 Saran

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan dapat diperoleh beberapa saran yang mungkin dapat dipergunakan untuk penelitian berikutnya:

1. Perlu dianalisis lebih lanjut tentang perilaku balok beton bertulang tanpa tulangan geser melalui program elemen hingga.
2. Hasil program elemen hingga menunjukkan hasil yang cukup signifikan dalam menganalisis perilaku balok beton bertulang tanpa tulangan geser.

## DAFTAR PUSTAKA

- Abaqus, & Inc. (2008). *ABAQUS analysis : user's manual*. Providence, Rhode Island: ABAQUS Inc.
- Abbas, A. A., Mohsin, S. M. S., & Cotsovos, D. M. (2014). Seismic response of steel fibre reinforced concrete beam-column joints. *Engineering Structures*, 59, 261–283. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2013.10.046>

- Asroni, A. (2010). *Balok dan Pelat Beton Bertulang*. (G. Ilmu, Ed.) (1st ed.). Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Béton, C. E.-I. du. (1993). *CEB-FIP Model Code 1990. CEB-FIP MODEL CODE 1990*. London: Thomas Telford Services, Ltd.  
<https://doi.org/doi:10.1680/ceb-fipmc1990.35430>
- Birgisson, S. R. (2011). *Shear Resestance Of Reinforced Concrete Beams Without Stirrups*. Reykjavik University.
- Danesh, F., Esmaeeli, E., & Alam, M. F. (2008). Shear Strengthening of 3D RC Beam-Column Connection Using GFRP: FEM Study. *Asian Journal of Applied Sciences*, 1, 217–227.
- Dipohusodo, I. (1994). *Struktur Beton Bertulang*. Jakarta: Gramedia Pustaka Utama.
- Feenstra, P. H. (1993). *Computational aspects of biaxial stress in plain and reinforced concrete*. Delft University Press, Delft.
- Gebreyohanness, A. S. (2013). *Seismic Assessment of Pre-1936 Dual RC Wall-Riveted Steel Frame Buildings*. Department of Civil and Environmental Engineering. University of Auckland.
- Kam, W. S., & Kuang, P. J. S. (2014). *Cyclic behaviour of wide beam-column joints: computational simulations*. Department of Civil and Environmental Engineering. Hong Kong University of Science and Technology.
- Kratzig, W. B., & Polling, R. (2004). An elasto-plastic damage model for reinforced concrete with minimum number of material parameters. *Computers & Structures*, 82(15–16), 1201–1215.  
<https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2004.03.002>
- Lee, J. H., & Fenves, G. L. (1998). Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures. *Journal of Engineering Mechanics-Asce*, 124(8), 892–900.  
[https://doi.org/Doi10.1061/\(Asce\)0733-9399\(1998\)124:8\(892\)](https://doi.org/Doi10.1061/(Asce)0733-9399(1998)124:8(892))
- Lublinter, J., Oliver, J., Oller, S., & Onate, E. (1989). A Plastic-Damage Model for Concrete. *International Journal of Solids and Structures*, 25(3), 299–326.  
[https://doi.org/Doi10.1016/0020-7683\(89\)90050-4](https://doi.org/Doi10.1016/0020-7683(89)90050-4)
- Nawy, E. G. (1998). *Beton Bertulang: Suatu Pendekatan Dasar*. (T. Surjaman, Ed.) (2nd ed.). Bandung: PT Refika Aditama.
- Rombach, G. A., & Faron, A. (2019). Numerical Analysis of Shear Crack Propagation In a Concrete Beam Without Transverse Reinforcement. *Procedia Structural Integrity*, 17, 766–773.  
<https://doi.org/10.1016/j.prostr.2019.08.102>