PERBANDINGAN MODEL PEMULUSAN WINTER DENGAN $ARMA(p,q)$ UNTUK PERAMALAN STOK BERAS BULOG PEKANBARU

Arif Sanjaya[1*], M.D.H Gamal[2], Sigit Sugiarto[2]

[1] Mahasiswa Program Studi S1 Matematika FMIPA Universitas Riau
[2]Dosen Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau
Kampus Binawidya Pekanbaru (28293), Indonesia

*sanjayaarif130@gmail.com

ABSTRACT

This article discusses Winter's smoothing and $ARMA(p,q)$ model through numerical computation. Both of these models are used to predict the availability of rice stocks at National Logistics Agency or BULOG in Pekanbaru City by considering the seasonal factor from time series span data. Then a comparison is carried out for both forecasting models to select the right forecasting model using minimum mean square error.

Keywords: *time series, Winter smoothing model, $ARMA(p,q)$ model, mean square error.*

ABSTRAK

Artikel ini membahas model Pemulusan Winter dan model $ARMA(p,q)$ melalui penerapan secara numerik. Kedua model digunakan untuk meramal ketersediaan stok beras Perum BULOG untuk Kota Pekanbaru dengan mempertimbangkan faktor musiman dari data runtun waktu yang digunakan. Kemudian dilakukan perbandingan terhadap kedua model untuk pemilihan model peramalan yang tepat dengan menggunakan *mean square error* terkecil.

Kata kunci: *runtun waktu, model pemulusan Winter, model $ARMA(p,q)$, mean square error.*

1. PENDAHULUAN

Forecasting atau peramalan adalah proses memperkirakan nilai atau peristiwa yang akan terjadi di masa mendatang. Peramalan diperlukan untuk menyelesaikan permasalahan di beberapa bidang keilmuan dengan tujuan untuk mendukung pembuatan suatu keputusan di masa mendatang [3, h.4]. Pembuatan keputusan yang tepat di masa mendatang perlu didukung oleh adanya model peramalan yang baik dan tepat. Model peramalan telah banyak diteliti oleh beberapa peneliti sebelumnya, seperti yang dilakukan oleh Reddy [5] dalam pengembangan model ARMA. Model peramalan juga digunakan untuk memanajemen persediaan barang seperti yang dilakukan oleh Chafid [1] dan Fuad [2] pada ketersediaan stok pangan beras.

Ketersediaan stok pangan terutama pangan beras sangat penting dalam menjaga stabilitas pangan di negara-negara yang mayoritas penduduknya mengonsumsi beras, salah satunya Indonesia. Hal tersebut disebabkan karena mayoritas masyarakat Indonesia mengonsumsi beras dan menjadikan sebagai bahan pangan pokok utama. Perusahaan Umum Badan Urusan Logistik atau Perum BULOG adalah intansi pemerintahan di Indonesia yang bertugas menjaga stabilitas ketersediaan dan harga pangan pokok di Indonesia terutama bahan pangan beras. Ketersediaan beras badan ini diperuntukkan bagi masyarakat pada umumnya dan anggota beberapa instansi pemerintahan khususnya. Dalam menjalankan fungsionalnya, badan ini dibantu oleh beberapa Divisi Regional atau Divreg, salah satunya Divreg Riau-Kepri. Pendistribusian beras Perum BULOG Divreg Riau-Kepri setiap bulannya dipengaruhi oleh ketersediaan stok awal yang relatif bergantung pada jumlah kebutuhan beras penduduk, seperti halnya di Kota Pekanbaru.

Menurut Badan Pusat Statistik Kota Pekanbaru berdasarkan hasil sensus tahun 2010, nilai proyeksi jumlah penduduk Kota Pekanbaru di tahun 2015 diperkirakan mencapai 1.093.416 jiwa. Tentunya kebutuhan pangan beras penduduk Kota Pekanbaru harus berbanding lurus dengan besarnya jumlah penduduk yang terus bertambah setiap tahunnya. Oleh karena itu, badan ini memerlukan kondisi stok pangan yang aman dalam pendistribusian beras di setiap awal bulannya. Kebutuhan akan model yang tepat sehingga dapat menaksir besarnya ketersediaan stok beras di Perum BULOG untuk Kota Pekanbaru pada setiap awal bulan sangat diharapkan.

Model Pemulusan Winter dan model $ARMA(p, q)$ adalah model yang dianggap dapat menaksir besarnya kebutuhan beras Perum BULOG Kota Pekanbaru tersebut. Kedua model peramalan tersebut baik digunakan untuk mengatasi pola data kebutuhan beras yang mengikuti *trend* dan dipengaruhi oleh musiman. Model peramalan tersebut digunakan dalam penerapan secara numerik untuk memprediksi ketersediaan stok beras Perum BULOG Kota Pekanbaru setiap awal bulan di tahun 2015. Selanjutnya dilakukan perbandingan terhadap kedua model peramalan untuk memilih model peramalan yang baik dan tepat dengan melihat nilai *mean square error.*

2. MODEL PERAMALAN RUNTUN WAKTU

Runtun waktu atau *time series* adalah himpunan observasi data terurut dalam satuan waktu [4, h. 18]. Model yang digunakan dalam menganalisa pola hubungan antara variabel yang akan diramal data runtun waktu disebut Model Runtun Waktu. Markridakis *et. al* [3, h. 10] mengemukakan bahwa langkah penting dalam memilih suatu model runtun waktu yang tepat adalah mempertimbangkan jenis pola data, sehingga model tersebut dapat diuji. Pola data dapat dibedakan menjadi empat jenis yaitu Pola Data Horisontal, Pola Data Musiman, Pola Data *Trend* dan Pola Data Siklis. Kemudian hal yang dilakukan setelah pola terbentuk adalah menganalisa faktor yang mempengaruhi pola data runtun waktu tersebut.

Jika pola data runtun waktu yang digunakan dipengaruhi oleh faktor *trend* dan musiman dan menjadi tidak stabil (tidak stasioner), maka model ARMA baik untuk digunakan dalam peramalan.

Model ARMA adalah gabungkan antara model *autoregressive*(AR) dan model *moving average*(MA). Bentuk model ARMA sebagai berikut [4, h. 72]:

$$(1 - \phi_1 B - \cdots - \phi_p B^p)X_t = (1 - \theta_1 B - \cdots - \theta_q B^q)a_t, \tag{1}$$

dengan $(1 - \phi_1 B - \cdots - \phi_p B^p)$ adalah koefisien model $AR(p)$ dan $(1 - \theta_1 B - \cdots - \theta_q B^q)$ adalah koefisien model $MA(q)$. Model ini biasa dikenal dengan model $ARMA(p, q)$. Model $ARMA(p, q)$ memerlukan proses penstabilan data runtun waktu yang digunakan dalam penerapannya. Hal tersebut dapat dilakukan dengan proses stasioneritas melalui transformasi dan *differencing*. Ketika data tidak stasioner terhadap mean, maka proses *differencing* dapat dilakukan menggunakan persamaan berikut [7, h. 71]:

$$X_t^{'} = (1 - B)^d X_t, \tag{2}$$

atau

$$X_t^{'} = (1 - B^s)^D X_t, \tag{3}$$

dengan d adalah orde *differencing* non-musiman dan D adalah orde *differencing* musiman. Jika variansi yang menyebabkan stasioneritas terganggu, maka dapat dilakukan dengan menstransformasi data ke bentuk $ln(X_t)$.

Selanjutnya ketika data runtun waktu sudah stasioner, maka model $ARMA(p, q)$ yang digunakan adalah sebagai berikut [4, h. 72]:

$$\Phi_P(B^s)\phi_p(B)(1 - B)^d(1 - B^s)^D X_t = \theta_q(B)\Theta_Q(B^s)a_t, \tag{4}$$

dengan $(1 - B)^d$ dan $(1 - B^s)^D X_t$ mengikuti proses *differencing* pada persamaan (2) dan (3). Model ini disebut model $ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)^s$ atau model $ARMA(p, q)$ musiman dengan proses *differencing*.

Montgomery [4, h. 265-266] mengatakan bahwa langkah-langkah dalam membentuk model $ARMA(p, q)$ dengan proses *differencing*, yaitu:

1. Identifikasi Model merupakan tahapan pemilihan model yang diduga akan digunakan dalam peramalan. Pendugaan model dilakukan terhadap derajat $AR(p)$ dan $MA(q)$. Dalam penentuan orde model $ARMA(p, q)$ yang tidak stasioner baik musiman maupun non-musiman pada suatu data runtun waktu, dapat dilakukan dengan mengidentifikasi *plot Autocorrelation Function* (ACF) dan *Partial Autocorrelation Function* (PACF) dari data yang sudah stasioner. ACF dan PACF data dapat diperoleh dengan menggunakan

Tabel 1: Pola ACF dan PACF dari Proses Musiman dan non-Musiman

Dugaan Model	ACF	PACF
$MA(q)$	*Cuts off* setelah *lag* q	*Dies down* secara eksponensial atau sinus pada *lag* q
$MA(Q)^s$	*Cuts off* setelah *lag* QS	*Dies down* pada *lag* kS dengan k=1,2,3,. . . ...
$AR(p)$	*Dies down* secara eksponensial atau sinus pada *lag* p	*Cuts off* setelah *lag* p
$AR(P)^s$	*Dies down* pada *lag* kS dengan k=1,2,3,. . .	*Cuts off* setelah *lag* PS
$ARMA(p,q)$	*Dies down* secara eksponensial atau sinus pada *lag* q	*Dies down* secara eksponensial atau sinus pada *lag* p
$ARMA(P,Q)^s$	*Cuts off* setelah *lag* QS	*Cuts off* setelah *lag* PS

software statistik R. Kemudian menurut Montgomery [4, h. 256] dan Suhartono [6, h. 217], pola teoritis ACF dan PACF dari proses musiman dan non-musiman yang stasioner dapat dilihat dari Tabel 1.

2. Penaksiran Parameter yaitu proses penentuan parameter-parameter pada model yang telah dipilih. Penaksiran parameter ini dilakukan dengan meminimumkan *mean square error*.

3. Pengecekan diagnosa yaitu proses pemeriksaan ketepatan model yang telah dipilih. Model dikatakan tepat jika model memiliki signifikan yang baik dan residual model mengikuti distribusi normal. Residual dapat didefenisikan sebagai perbedaan antara data runtun waktu dengan hasil ramalan. Pengujian kenormalan kesalahan model dilakukan dengan uji statistik Box-Pierce dengan hipotesa berikut:

   H_0: Residual model berdistribusi normal,

   H_1: Residual model tidak berdistribusi normal.

   Kemudian setelah model dinyatakan layak untuk digunakan dari proses pengecekan diagnosa, maka selanjutnya adalah melakukan proses peramalan.

Jika peramalan yang dilakukan tidak memperhatikan stasioneritas data untuk data yang dipengaruhi faktor *trend* dan musiman, maka model Pemulusan Winter baik untuk digunakan dalam peramalan. Model ini merupakan model pemulusan eksponensial yang menggunakan tiga konstanta pemulusan, yaitu konstanta untuk pemulusan keseluruhan, pemulusan *trend*, dan pemulusan musiman. Model pemulusan eksponensial Winter menggunakan dua pendekatan musiman, yaitu:

1. Metode Pemulusan Winter dengan perkalian musiman atau *multiplicative seasonal model* yang digunakan untuk variansi data musiman dari data runtun

waktu yang mengalami peningkatan atau penurunan (fluktuasi). Nilai ramalan ($f_{t,k}$) untuk periode ($t + k$) yang ditinjau pada akhir periode ke-t dari model ini adalah

$$f_{t,k} = (L_t + kT_t)S_{t+k-c}. \tag{5}$$

dengan nilai pemulusan yang digunakan sebagai berikut:

(a) Pemulusan Keseluruhan

$$L_t = \alpha \frac{X_t}{S_{t-c}} + (1-\alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}), \tag{6}$$

(b) Pemulusan *Trend*

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1}, \tag{7}$$

(c) Pemulusan Musiman

$$S_t = \gamma \frac{X_t}{L_t} + (1-\gamma)S_{t-c} \tag{8}$$

dengan $0 \leq \alpha, \beta, \gamma \leq 1$, S_{t-c} nilai estimasi faktor musiman, c adalah panjang musiman dan k=1,2,...,c.

2. Untuk variansi data musiman dari data runtun waktu yang konstan, metode pemulusan Winter dengan penjumlahan musiman atau *additive seasonal model*. Pada akhir periode ke-t, nilai ramalan ($f_{t,k}$) untuk periode ($t + k$) diperoleh dari persamaan

$$f_{t,k} = L_t + kT_t + S_{t+k-c}. \tag{9}$$

dengan bentuk pemulusan model ini sebagai berikut:

(a) Pemulusan Keseluruhan

$$L_t = \alpha(X_t - S_{t-c}) + (1-\alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}), \tag{10}$$

(b) Pemulusan *Trend*

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1}, \tag{11}$$

(c) Pemulusan Musiman

$$S_t = \gamma(X_t - L_t) + (1-\gamma)S_{t-c}. \tag{12}$$

Dalam penggunaan metode peramalan ini, diperlukan nilai awal. Nilai awal yang digunakan pada model pemulusan Winter adalah

$$L_c = \frac{1}{c}(X_1 + X_2 + \cdots + X_c),$$
$$T_c = \frac{1}{K}(\frac{X_{c+1} - X_1}{c} + \frac{X_{c+2} - X_2}{c} + \cdots + \frac{X_{c+k} - X_k}{c})$$

dengan c adalah panjang musiman dan K merupakan konstanta pembagi terhadap panjang musiman. Sedangkan pemulusan musiman dapat menggunakan nilai awal sebagai berikut:

1. Winter *Multiplicative Seasonal*

$$S_k = \frac{X_k}{L_c},$$

2. Winter *Additive Seasonal*

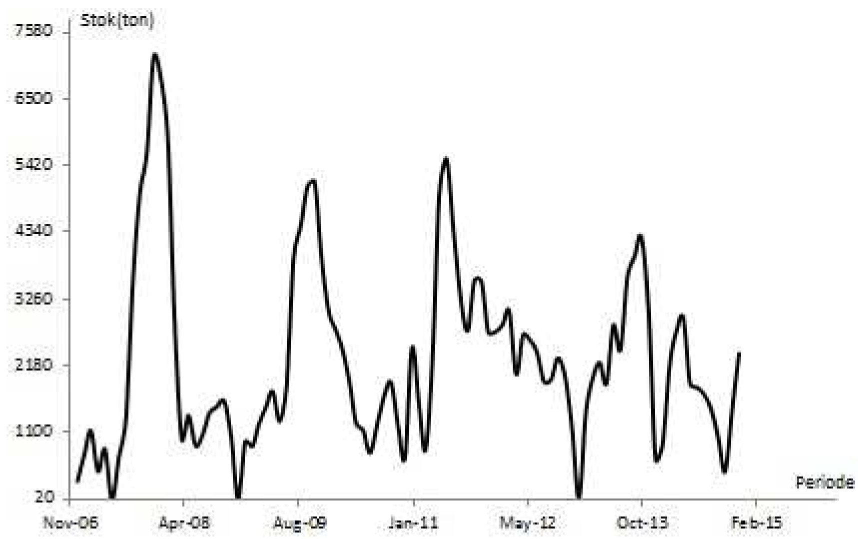
$$S_k = X_k - L_c,$$

dengan $k = 1, 2, 3, \ldots$. Selanjutnya nilai-nilai parameter α, β, dan γ dapat ditentukan melalui cara *linier programming* dengan tujuan untuk meminimunkan *MSE*. Hal tersebut dilakukan menggunakan bantuan *solver* pada *software Microsoft Excel*.

Setelah beberapa model peramalan diperoleh, maka selanjutnya dilakukan perbandingan untuk memilih model yang lebih baik. Perbandingan dilakukan dengan melihat hasil pengukuran tingkat kesalahan model. Pengukuran kesalahan model dalam penelitian ini menggunakan *MSE*, yang diharapkan nilainya sangat kecil dan dapat merepresentasikan data.

3. PERAMALAN RUNTUN WAKTU

Hal yang pertama dilakukan dalam metode peramalan adalah menganalisa bentuk pola data. Data yang digunakan adalah data dari Perum BULOG Divreg Riau-Kepri untuk Kota Pekanbaru dari tahun 2007 sampai 2014. Dalam hal ini tidak memungkinkan penggunaan data dari 1967 ketika badan ini berdiri, yang disebabkan tidak tersedia data yang lengkap dan tersusun rapi. Kemudian untuk mempermudah menganalisa pola data dapat dilakukan *plot* terhadap data sebaimana disajikan pada Gambar 1.

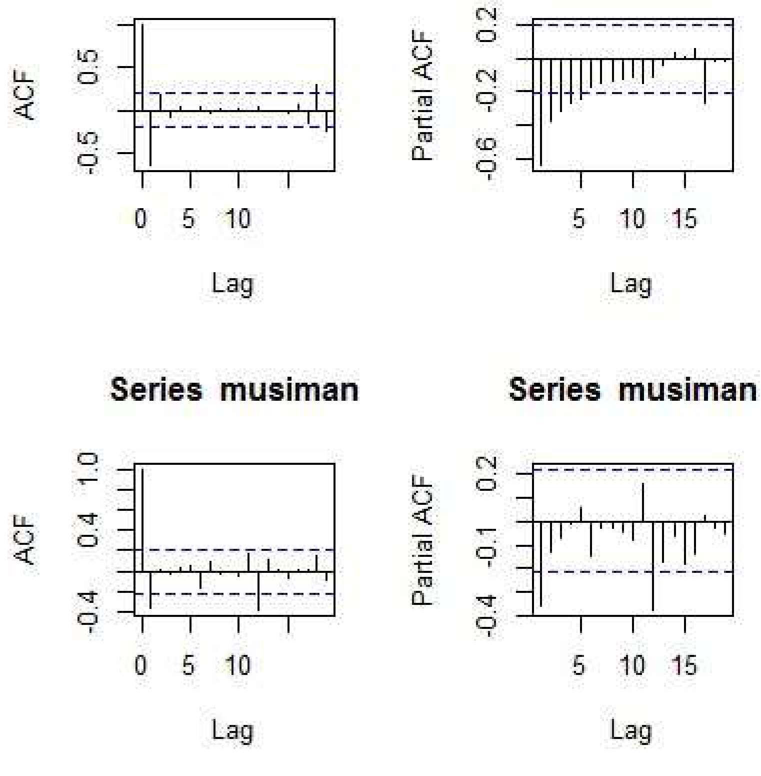


Gambar 1: *Plot* Data Perum BULOG untuk Kota Pekanbaru

Plot data pada Gambar 1 menunjukkan bahwa data mengalami fluktuasi yang cukup besar di antara 500 sampai 7000 ton beras. Selain itu, terjadi kenaikan yang besar di bulan Desember 2007, Oktober 2009, Juni 2011 dan Oktober 2013. Penurunan stok terbesar terjadi di bulan Juni 2007, Desember 2008, Januari 2013 dan Oktober 2014. Kemudian jika dari data dilakukan analisa terhadap pola *trend*, maka *trend* stok beras Perum BULOG untuk Kota Pekanbaru menunjukkan bahwa ketersediaan stok beras yang terus menurun sedikit demi sedikit bahkan dapat dianggap tetap untuk setiap tahunnya.

Selain itu, pola pengulangan musiman juga terjadi di beberapa bulan dan menyebabkan variansi data mengalami fluktuasi. Hal ini mengindikasikan bahwa pola data dipengaruhi oleh faktor *trend* dan musiman. Oleh karena itu, perlu dilakukan proses stasioneritas data (transformasi dan *differencing*) untuk penggunaan model $ARMA(p, q)$.

Kemudian setelah data stasioner, dilakukan proses identifikasi model dari *plot* ACF dan PACF data. Grafik ACF pada Gambar 2 dari data yang sudah stasioner menunjukkan bahwa ACF tidak signifikan pada *lag-lag* non-musiman atau memotong pada *lag*-1, 2, 18 dan PACF memotong pada pada *lag*-1, 2, 3, 4, 5, dan 18. Hal ini juga terjadi pada *lag-lag* musiman yang cenderung memotong pada *lag*-1,*lag*-2 dan *lag*-12.



Gambar 2: *Plot* ACF dan PACF Data

Dengan menggunakan petunjuk pola ACF dan PACF pada Tabel 1, diduga ada 3 buah model yang memiliki nilai kesalahan terkecil, yaitu $ARIMA(2, 1, 2)(1, 1, 1)^{12}$, $ARIMA(2, 1, 1)(1, 1, 1)^{12}$, $ARIMA(2, 2, 2)(1, 1, 1)^{12}$. Kemudian misalkan $ARIMA$ $(2, 1, 2)(1, 1, 1)^{12}$ sebagai nilai ramalan 1 (NR1) dan seterusnya. Selanjutnya dilakukan estimasi terhadap nilai parameter model tersebut. Estimasi nilai parameter ini diperoleh dengan bantuan *software* statistik R. Hasil estimasi nilai-nilai parameter model tersebut direpresentasikan pada Tabel 2. Selanjutnya dengan menggunakan nilai α=0,05, berdasarkan nilai *p-value* pada Tabel 2 tersebut tampak bahwa model tersebut memenuhi asumsi kenormalan residual model.

Tabel 2: Model $ARMA(p,q)$ yang Dipilih

Model	AR(1)	AR(2)	SAR(1)	SAR(2)	MA(1)	SMA(1)	*p-value*
NR1	1,17	-0,44	-1,03	0,03	-0,23	-0,67	0,76
NR2	1,15	-0,42	-1,00	-	-0,24	-0,66	0,72
NR3	1,18	-0,42	-1,99	0,99	-0,22	0,67	0,99

Sehingga dapat katakan bahwa 3 buah model yang dipilih layak untuk digunakan dalam proses peramalan. Adapun perbandingan hasil ramalan dengan model $ARIMA$ $(2,1,2)(1,1,1)^{12}$ disebut NR 1, dan seterusnya dapat dilihat pada Tabel 3.

Selanjutnya peramalan dilakukan dengan tidak memperhatikan stasioneritas data atau menggunakan model pemulusan Winter. Karena variansi data terhadap musiman mengalami fluktuasi, maka model Winter *multiplicative seasonal* dapat digunakan. Dengan mengambil nilai awal untuk L_{t-1}=2131,696612, T_{t-1} =-8,579 dan nilai S_{t-c} diperoleh dengan mengestimasi data tahun 2007 dan 2008 diperoleh nilai ramalan pada Tabel 3 dengan nilai MSE=88,36608423, α=0,9985, β =0, dan γ=0,7157.

Tabel 3: Ramalan Stok Beras BULOG Kota Pekanbaru di Tahun 2015 (ton)

Bulan	NR 1	NR 2	NR 3	Winter *Multiplicative*
Januari	2903.463	2885.508	2820.554	2383,02
Februari	3242.097	3213.174	3083.831	2266,48
Maret	2950.789	2922.527	2730.715	1392,98
April	2552.938	2537.522	2286.352	495,51
Mei	2553.830	2547.355	2208.217	728,28
Juni	2616.708	2630.208	2220.669	301,36
Juli	2248.334	2266.871	1804.382	565,04
Agustus	2550.300	2569.260	2045.091	879,40
September	2719.739	2731.625	2156.044	1606,64
Oktober	3086.776	3090.266	2465.697	2070,60
Novermber	2717.398	2715.909	2095.726	2077,10
Desember	1673.699	1664.787	1068.366	2210,99
MSE	749041	750593	786941	88,36608423

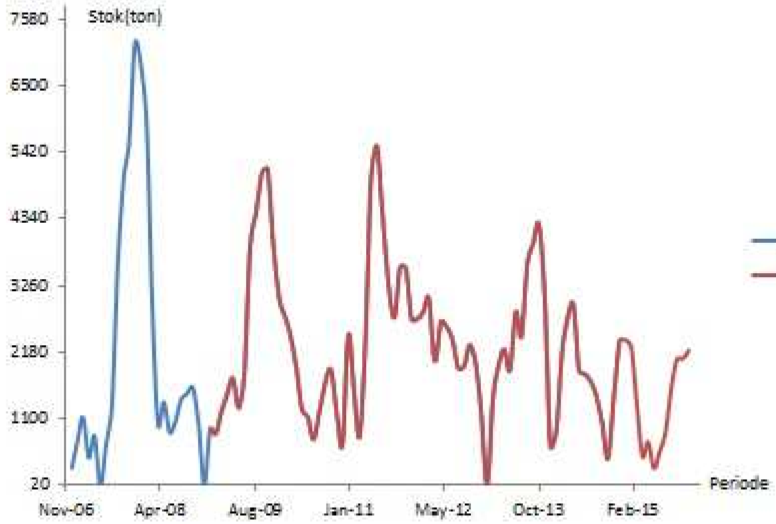
Pada akhir periode ke-t, dapat digunakan nilai ramalan Winter pada persamaan (5) berikut:

$$f_{t,k} = (L_t + kT_t)S_{t+k-c}.$$

dengan nilai pemulusan untuk *base level, trend* dan musiman dapat dimutakhirkan dengan menggunakan persamaan (6), (7) dan (8) terhadap nilai α, β, dan γ yang diperoleh yaitu:

$$L_t = 0,9984912(\frac{X_t}{S_{t-c}}) + 0,0015088(L_{t-1} + T_{t-1}),$$
$$S_t = 0,7157(\frac{X_t}{L_t}) + 0,2843S_{t-c}.$$

Sedangkan nilai pemulusan *trend* pada periode ke-$(t+k)$ dapat menggunakan nilai pemulusan *trend* pada akhir periode ke-t.



Gambar 3: *Plot* Hasil Ramalan Winter *Multiplicative*

Dalam pemilihan model terbaik, nilai *MSE* yang minimum menjadi kriteria pemilihan model. Dari Tabel 3 model Winter *multiplicative* memiliki nilai *MSE* lebih kecil daripada nilai *MSE* model $ARMA(p,q)$. Jadi model Winter *multiplicative* dapat dikatakan lebih baik dari model $ARMA(p,q)$ dalam merepresentasikan data ketersediaan stok beras Perum BULOG untuk Kota Pekanbaru di tahun 2015 setiap awal bulannya.

4. KESIMPULAN

Model pemulusan Winter adalah metode yang baik digunakan untuk memprediksi data melalui konstanta pemulusan. Konstanta pemulusan tersebut berfungsi untuk mengatasi faktor yang mempengaruhi data seperti *base level, trend* dan musiman. Berbeda halnya dengan model $ARMA(p,q)$. Stasioneritas data menjadi hal utama dalam model peramalan ini, yang berfungsi untuk mengatasi trend dan musiman. Dalam penerapan model peramalan, model $ARIMA(2,1,2)(1,1,1)^{12}$, $ARIMA(2,1,1)(1,1,1)^{12}$, $ARIMA(2,2,2)(1,1,1)^{12}$ dan Winter *multiplicative* dengan α=0,9985, β=0 dan γ=0,7157 adalah model yang baik digunakan. Namun dari model peramalan tersebut, model Winter *multiplicative* memiliki nilai *MSE* lebih kecil. Sehingga dapat dikatakan bahwa model Winter *multiplicative* atau model Pemulusan Winter adalah model yang baik untuk digunakan sebagai model peramalan ketersediaan stok beras Perum BULOG untuk Kota Pekanbaru pada setiap awal bulan di tahun 2015.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Chafid, M. 2007. Alternative Model of Rice Stocks Prediction at Farmers Household Level. *Informatika Pertanian*, **2**: 999-1018.

[2] Fuad, M. 2011. Prediksi Ketersediaan Beras di Masyarakat dengan Menggunakan Logika Fuzzy dan Jaringan Syaraf Tiruan dalam Upaya Meningkatkan Ketahanan Pangan. *Agrointek*, **1**: 67-73.

[3] Markidakis, S., S. C. Wheelwright & V. E. McGee. 1999. Metode dan Aplikasi Peramalan, Edisi Kedua:Jilid 1. Terj. dari *Forecasting Method and Application, Second Edition*, oleh Untung Sus Andriyanto & Abdul Basith. Penerbit Erlangga, Jakarta.

[4] Montgomery, D. C., C. L. Jenning & M. Kulahci. 2008. *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting.* Wiley-Interscience. New Jersey.

[5] P. Ramakhrisna Reddy & B. Sarojamma. 2014. Transformed Variable ARMA Model. *International Journal of Statistics and Mathematics*, **2**: 56-60.

[6] Suhartono. 2008. *Analisa Data Statistik dengan R.* Laboratorium Komputasi ITS. Surabaya.

[7] Wei, W. S. 2005. *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods.* 2^{nd} *Ed.* Temple University Pearson. Philadelphia.