

CADANGAN ZILLMER STATUS HIDUP GABUNGAN DENGAN ASUMSI BALDUCCI

Rizky Meica Utami^{*1}, Hasriati², Aziskhan²

¹Mahasiswa Program S1 Matematika

²Dosen Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau
Kampus Bina Widya 28293 Indonesia

*rizkymeica.utami@gmail.com

ABSTRACT

This article discusses Zillmer's reserve in joined endowment life insurance for joint life status. Zillmer's reserve is a reserve calculation of modified premium using prospective reserve and the size of Zillmer's rate. This calculation is carried out by determined single premium, annual premium, and life annuity in advance based on Balducci's assumption.

Keywords: *prospective reserve, Zillmer's reserve, joint life status, endowment life insurance, Balducci's assumption*

ABSTRAK

Artikel ini membahas tentang cadangan Zillmer asuransi jiwa dwiguna gabungan dengan status *joint life*. Cadangan Zillmer merupakan suatu perhitungan cadangan premi modifikasi dengan menggunakan cadangan prospektif dan tingkat Zillmer. Perhitungan cadangan ini dapat diselesaikan dengan menentukan terlebih dahulu premi tunggal, premi tahunan, dan anuitas hidup dengan menggunakan asumsi Balducci.

Kata kunci: cadangan prospektif, cadangan Zillmer, *joint life status*, asuransi jiwa dwiguna, asumsi Balducci

1. PENDAHULUAN

Asuransi jiwa dwiguna merupakan gabungan dari asuransi jiwa dwiguna murni dan asuransi jiwa berjangka. Dalam asuransi jiwa dwiguna, pemegang polis baik meninggal dunia maupun bertahan hidup akan dibayarkan uang pertanggungan [3]. Berdasarkan jumlah tertanggungnya, asuransi jiwa terbagi menjadi dua yaitu asuransi jiwa tunggal dan asuransi jiwa gabungan. Asuransi jiwa gabungan juga dibedakan menjadi dua jenis yaitu asuransi jiwa *joint life* dan asuransi jiwa *last survivor*. Asuransi jiwa *joint life* merupakan asuransi jiwa gabungan dimana pembayaran anuitas akan dibayarkan selama kedua peserta asuransi tersebut tetap hidup dan pembayaran akan terhenti apabila salah seorang dari peserta asuransi tersebut meninggal [5].

Setiap peserta asuransi membayar premi kepada perusahaan asuransi selama masa pertanggungan. Dalam pembayaran uang pertanggungan kepada peserta asuransi, perusahaan asuransi perlu mempersiapkan biaya cadangan. Biaya cadangan ini digunakan untuk membayar keperluan perusahaan asuransi dan peserta asuransi. Cadangan merupakan besarnya uang yang ada pada perusahaan asuransi dalam jangka waktu pertanggungan [3].

Pada artikel ini dibahas mengenai cadangan Zillmer asuransi jiwa dwiguna gabungan *joint life status* dengan jumlah tertanggung dibatasi untuk dua orang yang berusia x tahun dan y tahun yang bekerja pada suatu instansi yang sama dan tergabung dalam satu polis dimana uang pertanggungan akan dibayarkan pada akhir tahun polis. Pada perhitungan cadangan Zillmer ini akan digunakan metode prospektif dengan menggunakan sebuah asumsi yaitu asumsi Balducci.

2. NILAI TUNAI ANUITAS HIDUP DAN PREMI ASURANSI JIWA DWIGUNA UNTUK STATUS HIDUP GABUNGAN DENGAN ASUMSI BALDUCCI

Pada bagian ini dibahas anuitas hidup awal berjangka dan premi asuransi jiwa dwiguna gabungan. Sebelumnya akan dibahas peluang hidup gabungan untuk status *joint life* menggunakan asumsi Balducci.

Peluang hidup seseorang yang berusia x tahun akan hidup sampai t tahun berikutnya yang dinotasikan dengan ${}_t p_x$ menggunakan asumsi Balducci dapat dinyatakan dengan [2:h.264]

$${}_t p_x = \frac{p_x}{1 - (1-t)q_x}.$$

Menurut Bowers et.al [1:h.264], peluang hidup gabungan untuk status *joint life* dapat dinyatakan dengan

$${}_t p_{xy} = {}_t p_x \cdot {}_t p_y, \quad (1)$$

sehingga peluang hidup gabungan untuk status *joint life* menggunakan asumsi Balducci adalah (lihat [6])

$${}_t p_{xy} = \frac{p_x p_y}{(1 - (1-t)q_x)(1 - (1-t)q_y)}. \quad (2)$$

Anuitas hidup awal berjangka untuk status hidup gabungan dapat dinyatakan dengan

$$\ddot{a}_{xy:n} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t {}_t p_{xy}, \quad (3)$$

dimana v merupakan faktor diskon yang dinyatakan dengan [3:h.2]

$$v = \frac{1}{1+i}.$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2) ke persamaan (3), nilai tunai anuitas hidup awal berjangka gabungan menggunakan asumsi Balducci diberikan oleh

$$\ddot{a}_{xy:n} = p_x p_y \sum_{t=0}^{n-1} \frac{v^t}{(1 - (1-t)q_x)(1 - (1-t)q_y)}. \quad (4)$$

Nilai tunai anuitas hidup awal berjangka gabungan untuk usia $(x+t)$ dan $(y+t)$ tahun dan jangka pertanggungan $(n-t)$ tahun dapat dinyatakan dengan

$$\ddot{a}_{x+t,y+t;n-t} = \sum_{k=0}^{n-t-1} v^k {}_k P_{x+t,y+t}.$$

Berdasarkan asumsi Balducci, nilai tunai anuitas hidup awal berjangka gabungan untuk usia $(x+t)$ dan $(y+t)$ tahun dan jangka pertanggungan $(n-t)$ tahun diperoleh

$$\ddot{a}_{x+t,y+t;n-t} = P_{x+t} P_{y+t} \sum_{k=0}^{n-t-1} \frac{v^k}{(1-(1-k)q_{x+t})(1-(1-k)q_{y+t})}.$$

Nilai tunai anuitas hidup awal berjangka gabungan dengan jangka pertanggungan m tahun untuk $(m < n)$ dapat dinyatakan dengan

$$\ddot{a}_{xy;m} = \sum_{t=0}^{m-1} v^t {}_t P_{xy}. \quad (5)$$

Kemudian, nilai tunai anuitas hidup awal berjangka gabungan dengan jangka pertanggungan m tahun menggunakan asumsi Balducci diperoleh

$$\ddot{a}_{xy;m} = P_x P_y \sum_{t=0}^{m-1} \frac{v^t}{(1-(1-t)q_x)(1-(1-t)q_y)}. \quad (6)$$

Untuk usia $(x+t)$ dan $(y+t)$ tahun dan jangka pertanggungan $(m-t)$ tahun nilai tunai anuitas hidup awal berjangka gabungan dengan asumsi Balducci diperoleh

$$\ddot{a}_{x+t,y+t;m-t} = P_{x+t} P_{y+t} \sum_{k=0}^{m-t-1} \frac{v^k}{(1-(1-k)q_{x+t})(1-(1-k)q_{y+t})}. \quad (7)$$

Nilai tunai anuitas hidup awal berjangka gabungan dengan jangka pertanggungan h tahun untuk $(h < m < n)$ dapat dinyatakan dengan

$$\ddot{a}_{xy;h} = \sum_{t=0}^{h-1} v^t {}_t P_{xy}. \quad (8)$$

Nilai tunai anuitas hidup awal berjangka gabungan dengan jangka pertanggungan h tahun dengan asumsi Balducci diperoleh sebagai berikut

$$\ddot{a}_{xy;h} = P_x P_y \sum_{t=0}^{h-1} \frac{v^t}{(1-(1-t)q_x)(1-(1-t)q_y)}. \quad (9)$$

Untuk usia $(x+t)$ dan $(y+t)$ tahun dan jangka pertanggungan $(h-t)$ tahun, nilai tunai anuitas hidup awal berjangka gabungan dengan asumsi Balducci dapat dinyatakan dengan

$$\ddot{a}_{x+t,y+t;h-t} = \sum_{k=0}^{h-t-1} v^k {}_k P_{x+t,y+t}.$$

Kemudian, nilai tunai anuitas hidup awal berjangka gabungan untuk usia $(x+t)$ dan $(y+t)$ tahun dan jangka pertanggungan $(h-t)$ tahun dengan asumsi Balducci dapat dinyatakan dengan

$$\ddot{a}_{x+t,y+t;h-t} = P_{x+t} P_{y+t} \sum_{k=0}^{h-t-1} \frac{v^k}{(1-(1-k)q_{x+t})(1-(1-k)q_{y+t})}. \quad (10)$$

Premi asuransi jiwa menurut cara pembayarannya dibedakan menjadi dua, yaitu premi tunggal dan premi tahunan. Premi tunggal merupakan premi asuransi yang pembayarannya dilakukan pada awal kontrak asuransi disetujui dan selanjutnya tidak ada pembayaran lagi. Sama halnya dengan perorangan, pada status hidup gabungan premi tunggal asuransi jiwa dwiguna merupakan gabungan dari premi tunggal asuransi berjangka dan premi tunggal asuransi jiwa dwiguna murni [4:h.74].

$$A_{xy:n} = R(1 - d\ddot{a}_{xy:n}), \quad (11)$$

dimana d merupakan tingkat diskon yang dinyatakan sebagai [3:h.2]

$$d = 1 - v.$$

Premi tunggal asuransi jiwa dwiguna untuk status hidup gabungan menggunakan asumsi Balducci dapat dinyatakan dengan (lihat [6])

$$A_{xy:n} = R \left[1 - d \left(p_x p_y \sum_{t=0}^{n-1} \frac{v^t}{(1-(1-t)q_x)(1-(1-t)q_y)} \right) \right]. \quad (12)$$

Premi tunggal asuransi jiwa dwiguna untuk peserta asuransi yang berusia $(x+t)$ tahun dan $(y+t)$ tahun dengan jangka waktu pertanggungan $(n-t)$ tahun menggunakan asumsi Balducci dapat dinyatakan dengan

$$A_{x+t,y+t;n-t} = R \left[1 - d \left(p_{x+t} p_{y+t} \sum_{k=0}^{n-t-1} \frac{v^k}{(1-(1-k)q_{x+t})(1-(1-k)q_{y+t})} \right) \right]. \quad (13)$$

Premi tahunan asuransi jiwa merupakan premi yang dibayarkan pada tiap awal tahun oleh peserta asuransi selama masa kontrak [3:h.106]. Premi tahunan asuransi jiwa untuk status hidup gabungan dengan jangka waktu pertanggungan n tahun dan masa pembayaran premi selama m tahun dapat dinyatakan dengan

$${}_m P_{xy:n} = \frac{A_{xy:n}}{\ddot{a}_{xy:m}}. \quad (14)$$

Kemudian dengan mensubstitusikan persamaan (6) dan persamaan (12) premi tahunan asuransi jiwa dwiguna untuk status hidup gabungan menggunakan asumsi Balducci dapat dinyatakan dengan

$${}_m P_{xy:n} = R \left[\frac{1 - d \left(p_x p_y \sum_{t=0}^{n-1} \frac{v^t}{(1-(1-t)q_x)(1-(1-t)q_y)} \right)}{p_x p_y \sum_{t=0}^{m-1} \frac{v^t}{(1-(1-t)q_x)(1-(1-t)q_y)}} \right]. \quad (15)$$

3. CADANGAN ZILLMER UNTUK STATUS HIDUP GABUNGAN

Cadangan berdasarkan waktu perhitungan premi terbagi menjadi dua yaitu cadangan prospektif dan cadangan retrospektif. Cadangan prospektif merupakan cadangan yang perhitungannya berdasarkan nilai sekarang dari semua pengeluaran di waktu yang akan datang dikurangi dengan nilai sekarang dari total pendapatan di waktu yang akan datang untuk tiap pemegang polis. Cadangan prospektif gabungan dari peserta asuransi yang

berusia x tahun dan y tahun dengan t merupakan waktu perhitungan cadangan, m merupakan masa pembayaran premi, dan n merupakan jangka waktu pertanggungan untuk $t < m < n$ dengan uang pertanggungan dibayarkan pada akhir tahun polis yaitu

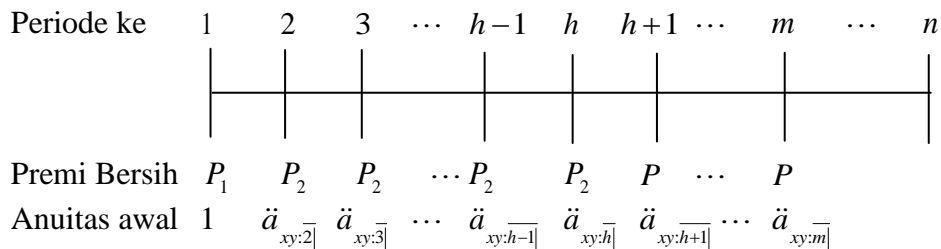
$${}^mV_{xy:n} = \begin{cases} A_{x+t,y+t;n-t} - {}^mP_{xy:n} \ddot{a}_{x+t,y+t;n-t}, & t < m < n \\ A_{x+t,y+t;n-t}, & m \leq t < n \end{cases} \quad (16)$$

Cadangan Zillmer merupakan cadangan premi modifikasi yang perhitungannya menggunakan cadangan premi prospektif. Pada cadangan Zillmer digunakan premi modifikasi yaitu P_1 dan P_2 . P_1 merupakan premi bersih pada tahun polis ke-1, P_2 merupakan premi bersih mulai dari tahun polis ke-2 sampai ke h dengan h merupakan waktu Zillmer dan α merupakan tingkat Zillmer. Premi modifikasi P_1 dan P_2 diberikan oleh

$$P_1 = {}^mP_{xy:n} - \alpha \left(1 - \frac{1}{\ddot{a}_{xy:h}} \right),$$

$$P_2 = {}^mP_{xy:n} + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{xy:h}}. \quad (17)$$

Cadangan Zillmer dengan masa pembayaran premi selama m tahun untuk peserta asuransi yang berusia x tahun dan y tahun dapat diilustrasikan dengan garis waktu sebagaimana tampak pada Gambar 1.



Gambar 1: Garis Waktu Premi Modifikasi untuk Status Hidup Gabungan

Cadangan Zillmer status hidup gabungan diperoleh dengan menggunakan persamaan (16) dan garis waktu premi modifikasi pada Gambar 1 sehingga diperoleh

$${}^mV_{xy:n}^{(hz)} = A_{x+t,y+t;n-t} - \left\{ P_2 \ddot{a}_{x+t,y+t;h-t} + {}^mP_{xy:n} \left(\ddot{a}_{x+t,y+t;m-t} - \ddot{a}_{x+t,y+t;h-t} \right) \right\}. \quad (18)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (17) ke persamaan (18) maka diperoleh

$${}^mV_{xy:n}^{(hz)} = A_{x+t,y+t;n-t} - {}^mP_{xy:n} \ddot{a}_{x+t,y+t;m-t} - \frac{\alpha}{\ddot{a}_{xy:h}} \ddot{a}_{x+t,y+t;h-t}. \quad (19)$$

Kemudian substitusikan persamaan (16) ke persamaan (19) sehingga cadangan Zillmer status hidup gabungan dengan jangka waktu pertanggungan n tahun selama masa pembayaran premi m tahun dan waktu Zillmer h tahun adalah

$${}^mV_{xy:n}^{(hz)} = {}^mV_{xy:n} - \frac{\alpha}{\ddot{a}_{xy:h}} \ddot{a}_{x+t,y+t;h-t}. \quad (20)$$

Cadangan Zillmer status hidup gabungan dengan asumsi Balducci diperoleh (lihat[6]).

$$\begin{aligned}
 {}^mV_{xy:n}^{(hz)} = & \left(1 - d \left(p_{x+t} p_{y+t} \sum_{k=0}^{(n-t)-1} \frac{v^k}{(1-(1-k)q_{x+t})(1-(1-k)q_{y+t})} \right) \right) \\
 & - \left(\frac{1 - d \left(p_x p_y \sum_{t=0}^{n-1} \frac{v^t}{(1-(1-t)q_x)(1-(1-t)q_y)} \right)}{p_x p_y \sum_{t=0}^{m-1} \frac{v^t}{(1-(1-t)q_x)(1-(1-t)q_y)}} \right) \\
 & \left(p_{x+t} p_{y+t} \sum_{k=0}^{(m-t)-1} \frac{v^k}{(1-(1-k)q_{x+t})(1-(1-k)q_{y+t})} \right) \\
 & - \left(\frac{\alpha}{p_x p_y \sum_{t=0}^{h-1} \frac{v^t}{(1-(1-t)q_x)(1-(1-t)q_y)}} \right) \\
 & \left(p_{x+t} p_{y+t} \sum_{k=0}^{(h-t)-1} \frac{v^k}{(1-(1-k)q_{x+t})(1-(1-k)q_{y+t})} \right). \tag{21}
 \end{aligned}$$

Contoh Pak Ferry adalah seorang karyawan swasta yang berusia 45 tahun dan istrinya yang berusia 40 tahun ingin mengikuti program asuransi jiwa *joint life* dengan masa pertanggungan 20 tahun dan masa pembayaran premi 18 tahun. Uang pertanggungan yang akan diterima oleh ahli waris dari Pak Ferry dan istrinya sebesar Rp100.000.000,00 pada akhir tahun polis. Jika tingkat bunga yang berlaku adalah 2,5%, tingkat Zillmer sebesar 0,025 dan waktu Zillmer 10 tahun. Tentukan persoalan berikut.

- Cadangan Zillmer asuransi jiwa dwiguna *joint life status* apabila pasangan suami istri tersebut tergabung dalam satu polis.
- Cadangan Zillmer asuransi jiwa dwiguna *joint life status* bagi pasangan suami istri dengan menggunakan asumsi Balducci.

Untuk contoh di atas, diketahui $x = 45$, $y = 40$, $n = 20$, $m = 18$, dan $h = 10$ dengan tingkat bunga $i = 2,5\%$, $\alpha = 0,025$, $v = 0,975609756$, dan $d = 0,024390244$ serta uang pertanggungan sebesar $R = \text{Rp}100.000.000,00$. Berdasarkan Tabel Mortalita Indonesia tahun 1999, maka peluang hidup pria dan wanita masing-masing adalah $p_{45} = 0,9966242$ dan $p_{40} = 0,9983608$. Perhitungan persoalan diatas akan diselesaikan menggunakan TMI 1999 dan *Microsoft Excel*.

- Jika pasangan suami istri tersebut tergabung dalam sebuah polis maka sebelum menentukan cadangan prospektif gabungan akan ditentukan terlebih dahulu anuitas hidup awal berjangka gabungan, premi tunggal gabungan, premi tahunan gabungan dan cadangan prospektif gabungan.

Anuitas hidup awal berjangka gabungan berdasarkan persamaan (3) diberikan oleh

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{45,40:\overline{20}|} &= \sum_{t=0}^{19} v^t {}_tP_{45} {}_tP_{40} = 1 + 0,975609756((0,9966242)(0,9983608)) + \dots \\ &\quad + 0,625527716((0,831081009)(0,926473487)) \\ \ddot{a}_{45,40:\overline{20}|} &= 14,71605. \end{aligned}$$

Dengan uang pertanggungan sebesar Rp100.000.000,00 dan menggunakan persamaan (11) maka premi tunggal asuransi jiwa dwiguna gabungan yang akan dibayarkan pasangan suami istri tersebut adalah

$$\begin{aligned} A_{45,40:\overline{20}|} &= 100.000.000(1 - (0,024390244\ddot{a}_{45,40:\overline{20}|})) \\ A_{45,40:\overline{20}|} &= 64.107.189,1970. \end{aligned}$$

Jadi, besarnya premi tunggal untuk sepasang suami istri tersebut adalah Rp64.107.189,1970.

Masa pembayaran premi Pak Ferry dan istrinya adalah selama 18 tahun, maka dengan menggunakan persamaan (5) anuitas hidup awal berjangka gabungan diperoleh

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{45,40:\overline{18}|} &= \sum_{t=0}^{17} v^t {}_tP_{45} {}_tP_{40} \\ \ddot{a}_{45,40:\overline{18}|} &= 13,726671467. \end{aligned}$$

Kemudian berdasarkan persamaan (14) premi tahunan untuk sepasang suami istri tersebut adalah

$$\begin{aligned} {}_{18}P_{45,40:\overline{20}|} &= \frac{A_{45,40:\overline{20}|}}{\ddot{a}_{45,40:\overline{18}|}} = \frac{64.107.189,1970}{13,726671467} \\ {}_{18}P_{45,40:\overline{20}|} &= 4670264,6996. \end{aligned}$$

Jadi, premi yang harus dibayarkan per tahun oleh sepasang suami istri tersebut adalah sebesar Rp4.670.264, 6996.

Cadangan prospektif asuransi jiwa dwiguna *joint life status* untuk pasangan suami istri tersebut pada akhir tahun ke 1 ($t=1$) dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan (16) yang dihitung menggunakan *Microsoft Excel*.

$$\begin{aligned} {}_{18}V_{45,40:\overline{20}|} &= A_{45+1,40+1} - {}_{18}P_{45,40:\overline{20}|} \ddot{a}_{45+1,40+1:\overline{18-1}|} \\ &= 65537227,13 - ((4670264,6996)(13,110515585)) \\ {}_{18}V_{45,40:\overline{20}|} &= 4307649,005. \end{aligned}$$

Selanjutnya akan ditentukan cadangan Zillmer. Anuitas hidup awal berjangka gabungan dengan jangka waktu pertanggungan $h=10$ menggunakan persamaan (8) sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{45,40:\overline{10}|} &= \sum_{t=0}^9 v^t {}_tP_{45,40} \\ \ddot{a}_{45,40:\overline{10}|} &= 8,714452175. \end{aligned}$$

Jadi, cadangan Zillmer asuransi jiwa dwiguna *joint life status* untuk pasangan suami istri tersebut pada akhir tahun ke 1 ($t = 1$) juga dapat ditentukan dengan menggunakan hasil cadangan prospektif pada pengerjaan sebelumnya dan persamaan (20) yang dihitung menggunakan *Microsoft Excel*.

$$\begin{aligned} {}^{18}V_{45,40:\overline{20}|}^{(10z)} &= {}^{18}V_{45,40:\overline{20}|} - \frac{\alpha}{\ddot{a}_{45,40:\overline{10}|}} \ddot{a}_{45+1,40+1:\overline{10-1}|} \\ &= 4307649,005 - \left(\frac{0,025}{8,714452175} (7,947124724) \right) \\ {}^{18}V_{45,40:\overline{20}|}^{(10z)} &= 4307648,983. \end{aligned}$$

b. Anuitas hidup awal berjangka gabungan dengan asumsi Balducci yang diperoleh dari persamaan (4) adalah

$$\ddot{a}_{45,40:\overline{20}|} = p_{45} p_{40} \sum_{t=0}^{19} \frac{v^t}{(1-(1-t)q_{45})(1-(1-t)q_{40})}.$$

Berdasarkan TMI 1999 dan menggunakan *Microsoft Excel* maka diperoleh

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{45,40:\overline{20}|} &= (0,9966242 \times 0,9983608)(15,57306908) \\ \ddot{a}_{45,40:\overline{20}|} &= 15,49505555. \end{aligned}$$

Kemudian premi tunggal asuransi jiwa dwiguna gabungan berdasarkan persamaan (12) dengan uang pertanggungan sebesar $R = \text{Rp}100.000.000,00$ adalah

$$\begin{aligned} A_{45,40:\overline{20}|} &= R \left(1 - d \left(p_{45} p_{40} \sum_{t=0}^{19} \frac{v^t}{(1-(1-t)q_{45})(1-(1-t)q_{40})} \right) \right) \\ A_{45,40:\overline{20}|} &= 62207181,6. \end{aligned}$$

Jadi premi tunggal yang harus dibayar oleh suami istri tersebut adalah sebesar $\text{Rp}62.207.181,00$

Masa pembayaran premi Pak Ferry dan istrinya adalah selama 18 tahun, maka dengan menggunakan persamaan (6) anuitas hidup awal berjangka gabungan menggunakan asumsi Balducci diperoleh

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{45,40:\overline{18}|} &= p_{45} p_{40} \sum_{t=0}^{17} \frac{v^t}{(1-(1-t)q_{45})(1-(1-t)q_{40})} \\ \ddot{a}_{45,40:\overline{18}|} &= 14,30688631. \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (15) maka akan ditentukan premi tahunan gabungan asuransi jiwa dwiguna gabungan dengan asumsi Balducci.

$$\begin{aligned} {}^{18}P_{45,40:\overline{20}|} &= R \left[\frac{1 - d \left(p_{45} p_{40} \sum_{t=0}^{19} \frac{v^t}{(1-(1-t)q_{45})(1-(1-t)q_{40})} \right)}{p_{45} p_{40} \sum_{t=0}^{m-1} \frac{v^t}{(1-(1-t)q_{45})(1-(1-t)q_{40})}} \right] = \frac{62207181,6}{14,30688631} \\ {}^{18}P_{45,40:\overline{20}|} &= 4348058,71. \end{aligned}$$

Jadi, premi per tahun yang harus dibayarkan oleh Pak Ferry dan istrinya adalah sebesar Rp4.348.058,00.

Sebelum menentukan cadangan Zillmer dari Pak Ferry dan istrinya, maka akan ditentukan terlebih dahulu cadangan prospektif gabungan asuransi jiwa dwiguna gabungan dengan asumsi Balducci berdasarkan persamaan (19) untuk ($t = 1$)

$$\begin{aligned}
 {}^{18}V_{\overline{45,40|20}} &= R \left(\left(1 - d \left(p_{45+1} p_{40+1} \sum_{k=0}^{(20-1)-1} \frac{v^k}{(1-(1-k)q_{45+1})(1-(1-k)q_{40+1})} \right) \right) \right) \\
 &\quad - \left(\frac{1 - d \left(p_{45} p_{40} \sum_{t=0}^{19} \frac{v^t}{(1-(1-t)q_{45})(1-(1-t)q_{40})} \right)}{p_{45} p_{40} \sum_{t=0}^{17} \frac{v^t}{(1-(1-t)q_{45})(1-(1-t)q_{40})}} \right) \\
 &\quad \left(p_{45+1} p_{40+1} \sum_{k=0}^{(18-1)-1} \frac{v^k}{(1-(1-k)q_{45+1})(1-(1-k)q_{40+1})} \right) \\
 {}^{18}V_{\overline{45,40|20}} &= 100.000.000((1 - (0,024390244)(14,85652275)) \\
 &\quad - ((4348058,71)(13,64355091))) \\
 {}^{18}V_{\overline{45,40|20}} &= 4441618,345.
 \end{aligned}$$

Selanjutnya ditentukan cadangan Zillmer gabungan menggunakan asumsi Balducci. Anuitas hidup awal berjangka gabungan dengan jangka waktu pertanggungan $h = 10$ diperoleh dengan menggunakan persamaan (9)

$$\begin{aligned}
 \ddot{a}_{\overline{45,40|10}} &= p_{45} p_{40} \sum_{t=0}^9 \frac{v^t}{(1-(1-t)q_{45})(1-(1-t)q_{40})} = (0,9949905)(8,872036935) \\
 \ddot{a}_{\overline{45,40|10}} &= 8,827592329.
 \end{aligned}$$

Sehingga cadangan Zillmer asuransi jiwa dwiguna gabungan untuk pasangan suami istri tersebut pada akhir tahun ke 1 ($t = 1$) juga dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan (21) yang dihitung menggunakan *Microsoft Excel*.

$$\begin{aligned}
 {}^{18}V_{\overline{45,40|20}}^{(10z)} &= R \left(\left(1 - d p_{45+1} p_{40+1} \sum_{t=0}^{(20-1)-1} \frac{v^t}{(1-(1-t)q_{45+1})(1-(1-t)q_{40+1})} \right) \right) \\
 &\quad - \left(\frac{1 - d \left(p_x p_y \sum_{t=0}^{20-1} \frac{v^t}{(1-(1-t)q_{45})(1-(1-t)q_{40})} \right)}{p_{45} p_{40} \sum_{t=0}^{18-1} \frac{v^t}{(1-(1-t)q_{45})(1-(1-t)q_{40})}} \right) \\
 &\quad \left(p_{45+1} p_{40+1} \sum_{k=0}^{(18-1)-1} \frac{v^k}{(1-(1-k)q_{45+1})(1-(1-k)q_{40+1})} \right)
 \end{aligned}$$

$$- \left(\left(\frac{\alpha}{P_{45}P_{40} \sum_{t=0}^{10} \frac{v^t}{(1-(1-t)q_{45})(1-(1-t)q_{40})}} \right) \left(P_{45+1}P_{40+1} \sum_{t=0}^8 \frac{v^t}{(1-(1-t)q_{45+1})(1-(1-t)q_{40+1})} \right) \right)$$

$${}_{18}V_{1|45,40;20}^{(10z)} = 100.000.000 \left((1 - ((0,024390244)(14,85652275))) \right. \\ \left. - ((4348058,706)(13,64355091)) \right. \\ \left. - \left(\left(\frac{0,025}{8,827592329} \right) (8,038027141) \right) \right)$$

$${}_{18}V_{1|45,40;20}^{(10z)} = 4441618,322.$$

Perhitungan lebih lengkap cadangan Zillmer dan cadangan Zillmer menggunakan asumsi Balducci pada peserta asuransi yang masing-masing berusia 45 tahun dan 40 tahun dengan jangka pertanggung 20 tahun dan masa pembayaran premi 18 tahun diberikan pada Tabel 1.

Tabel 1: Tabel Cadangan Zillmer dan Cadangan Zillmer Menggunakan Asumsi Balducci Pada Asuransi Jiwa Dwiguna Gabungan

| Tahun | ${}_m P_{xy:n} \bar{ \kern-0.25ex \kern-0.25ex }$ | ${}_m P_{xy:n} \bar{ \kern-0.25ex \kern-0.25ex }$ dengan asumsi Balducci | ${}_t V_{xy:n}^{(hz)} \bar{ \kern-0.25ex \kern-0.25ex }$ | ${}_t V_{xy:n}^{(hz)} \bar{ \kern-0.25ex \kern-0.25ex }$ dengan asumsi Balducci |
|-------|---|--|--|---|
| 0 | 4670264,70 | 4348058,71 | -0,025 | -0,025 |
| 1 | 4670264,70 | 4348058,71 | 4307648,983 | 4441618,322 |
| 2 | 4670264,70 | 4348058,71 | 8692474,953 | 8991828,027 |
| 3 | 4670264,70 | 4348058,71 | 13154057,585 | 13627095,812 |
| 4 | 4670264,70 | 4348058,71 | 17696675,223 | 18340146,447 |
| 5 | 4670264,70 | 4348058,71 | 22325498,130 | 23121521,436 |
| 6 | 4670264,70 | 4348058,71 | 27048242,615 | 27956080,994 |
| 7 | 4670264,70 | 4348058,71 | 31876488,887 | 32861278,290 |
| 8 | 4670264,70 | 4348058,71 | 36819617,718 | 37836916,875 |
| 9 | 4670264,70 | 4348058,71 | 41891281,521 | 42925372,625 |
| 10 | 4670264,70 | 4348058,71 | 47100274,829 | 48143982,640 |
| 11 | 4670264,70 | 4348058,71 | 52721948,791 | 53508210,750 |
| 12 | 4670264,70 | 4348058,71 | 57959864,683 | 59009940,285 |
| 13 | 4670264,70 | 4348058,71 | 63626143,183 | 64647143,227 |
| 14 | 4670264,70 | 4348058,71 | 69470290,324 | 70414933,557 |
| 15 | 4670264,70 | 4348058,71 | 75519701,465 | 76327734,560 |
| 16 | 4670264,70 | 4348058,71 | 81808599,412 | 82420231,508 |

| Tahun | ${}^m P_{xy:n} \overline{}$ | ${}^m P_{xy:n} \overline{}$ dengan asumsi Balducci | ${}^m V_{xy:n}^{(hz)}$ | ${}^m V_{xy:n}^{(hz)}$ dengan asumsi Balducci |
|-------|-----------------------------|--|------------------------|--|
| 17 | 4670264,70 | 4348058,71 | 88371319,287 | 88721736,080 |
| 18 | - | - | 95247328,073 | 95266874,165 |
| 19 | - | - | 97560975,610 | 97582530,326 |

4. KESIMPULAN

Pada cadangan Zillmer digunakan premi modifikasi yaitu P_1 dan P_2 serta tingkat Zillmer yaitu α . Semakin kecil α maka semakin besar cadangan Zillmer yang diperoleh. Cadangan Zillmer menggunakan asumsi Balducci menghasilkan nilai yang lebih besar dibandingkan dengan cadangan Zillmer tanpa menggunakan asumsi. Hal ini dikarenakan cadangan prospektif menggunakan asumsi Balducci lebih besar dibandingkan cadangan prospektif tanpa menggunakan asumsi Balducci.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Bowers, N.L., Geerber, H.U., Hickman, J.C, Jones, D.A & Nesbitt, C.J. 1986. *Actuarial Mathematics*. Society of Actuaries, Schaumhurg.
- [2] Finan, Marcel B. 2013. *A Reading of The Theory of Life Contingency Models*. Arkansas Tech University. Russelville, Arkansas.
- [3] Futami, T. 1993. *Matematika Asuransi Jiwa, Bagian I*. Terj. dari *Seimei Hoken Sugaku, Jokan ("92 Revision)*, oleh Herliyanto, Gatot. Penerbit Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Japan.
- [4] Futami, T. 1994. *Matematika Asuransi Jiwa, Bagian II*. Terj. dari *Seimei Hoken Sugaku, Gekan ("92 Revision)*, oleh Herliyanto, Gatot. Penerbit Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Japan.
- [5] Promislow, D.S. 1988. *Fundamentals of Actuarial Mathematics, Second Edition*. York University, Toronto, Canada.
- [6] Utami, Rizky Meica. 2014. *Cadangan Zillmer Status Hidup Gabungan Dengan Asumsi Balducci*. Skripsi S1 Jurusan Matematika FMIPA Universitas Riau, Pekanbaru.