

MODEL SELEKSI PREMI ASURANSI JIWA DWIGUNA UNTUK KASUS *MULTIPLE DECREMENT*

Devi Ramana Cita^{1*}, Rolan Pane², Harison²

¹Mahasiswa Program S1 Matematika

²Dosen Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau
Kampus Bina Widya 28293 Indonesia

*deviramanacita982@gmail.com

ABSTRACT

This article discusses a select survival model for the case of multiple decrements in evaluating endowment life insurance premium for person currently aged $(x + s)$ years, who is selected at age x with h years selection period. The case of multiple decrements in this case is limited to two cases. The calculation of the annual premium is done by prior evaluating of the single premium, and the present value of annuity depends on the constant force assumption.

Keywords: *select survival model, multiple decrement, constant force assumption.*

ABSTRAK

Artikel ini membahas model seleksi untuk kasus *multiple decrement* dalam menentukan premi asuransi jiwa dwiguna dari peserta asuransi berusia $(x + s)$ tahun yang diseleksi pada usia x tahun dengan periode seleksi h tahun. Dalam hal ini kasus *multiple decrement* dibatasi hanya untuk dua kasus. Perhitungan premi tahunan diperoleh dengan menentukan terlebih dahulu premi tunggal, dan anuitasnya berdasarkan asumsi *constant force*.

Kata Kunci: model seleksi, *multiple decrement*, asumsi *constant force*.

1. PENDAHULUAN

Pada suatu perusahaan asuransi jiwa yang pesertanya berasal dari berbagai kalangan akan memiliki kecenderungan untuk keluar dari keanggotaannya menjadi peserta asuransi dengan latar belakang yang berbeda-beda, tergantung pada riwayat hidup orang tersebut. Latar belakang tersebut diantaranya dapat dilihat dari jenis pekerjaan yang mempunyai resiko kecelakaan yang cukup tinggi, tingkat usianya ketika menjadi peserta asuransi maupun latar belakang lainnya. Melihat kondisi ini, perusahaan asuransi dapat membedakan kelompok peserta asuransi berdasarkan latar belakangnya. perusahaan asuransi dapat melakukan seleksi selama masa tertentu dengan berbagai cara berdasarkan kriteria tertentu pula terhadap sekelompok peserta asuransi guna memperoleh informasi mengenai riwayat hidup peserta tersebut sehingga dapat

memperkirakan peluang keluarnya dengan lebih akurat dan spesifik, cara ini dinamakan dengan model seleksi [3:h.60].

Konsep model seleksi yang dikemukakan oleh Bowers et al [1:h.79] bahwa penyebab terjadinya penurunan jumlah peserta asuransi bukan hanya diakibatkan oleh faktor usia saja melainkan juga dapat diakibatkan oleh faktor *decrement* (kasus).

Premi merupakan serangkaian pembayaran yang dilakukan oleh pemegang polis asuransi. Pembayaran premi asuransi dilakukan pada saat waktu kontrak asuransi disetujui [4:h.69]. Dalam menentukan besar pembayaran premi dipengaruhi oleh jenis asuransi dan anuitas yang digunakan. Anuitas adalah suatu pembayaran dalam jumlah tertentu yang dilakukan setiap selang waktu tertentu secara berkelanjutan [4:h.9].

Pada artikel ini penulis membahas mengenai model seleksi untuk kasus *multiple decrements* yang diperoleh dari Promislow [5:h.286]. Promislow menjelaskan tentang peluang keluar dari peserta asuransi yang diseleksi karena kasus *multiple decrement* sedangkan, artikel ini membahas tentang perhitungan premi asuransi jiwa dwiguna yang harus dibayar oleh peserta asuransi yang mengikuti proses seleksi dikarenakan kasus *multiple decrement* yang dalam hal ini dibatasi hanya untuk dua kasus dengan menggunakan asumsi *constant force* (eksponensial).

2. TINGKAT MORTALITA DAN MODEL SELEKSI KASUS *MULTIPLE DECREMENT*

Apabila peserta berusia $(x + s)$ tahun mengikuti proses seleksi pada s tahun yang lalu dengan periode seleksi selama h tahun, maka l_{x+h} menyatakan jumlah peserta berusia x tahun bertahan hidup hingga h tahun berikutnya dan ${}_{h-s}p_{[x]+s}$ menyatakan peluang peserta akan bertahan hidup hingga usia $(x + h)$ tahun, sedangkan jumlah peserta berusia x tahun akan bertahan hidup hingga t tahun berikutnya berdasarkan [3:h.56] dinyatakan sebagai berikut.

$$l_{[x]+s} = \frac{l_{x+h}}{{}_{h-s}P_{[x]+s}} = l_{x+s}, \quad 0 \leq s < h$$

Percepatan mortalita dari peserta asuransi yang berusia x tahun berdasarkan distribusi *constant force* dinyatakan dari [3:h.48] dengan

$$\mu(x) = \mu, \quad x \geq 0 \text{ dan } \mu > 0$$

Percepatan mortalita dari sekelompok orang yang berusia x tahun adalah konstan. Sehingga percepatan mortalita untuk usia $(x + s)$ tahun memiliki syarat bahwa $0 \leq s < 1$ maka dapat dinyatakan dengan

$$\mu(x + s) = \mu, \quad x \geq 0 \text{ dan } \mu > 0. \quad (1)$$

Hubungan peluang hidup dari seseorang yang berusia x tahun dapat hidup hingga $(x + s + t)$ tahun dengan percepatan mortalita adalah sebagai berikut:

$${}_t p_x = e^{-\int_0^t \mu(x+s) ds}. \quad (2)$$

Berdasarkan persamaan (1) dan (2), diperoleh peluang seseorang yang berusia x tahun akan hidup hingga $x + t$ tahun dapat dinyatakan dengan

$${}_t p_x = (p_x)^t. \quad (3)$$

Berdasarkan model seleksi maka persamaan (3) menjadi

$${}_t p_{[x]+s} = (p_{[x]+s})^t. \quad (4)$$

Asumsi pada persamaan (4) inilah yang akan digunakan dalam perhitungan nilai tunai anuitas dan premi asuransi jiwa dwiguna.

Promislow [5:h.286] menjelaskan mengenai peluang keluar dan peluang bertahan dari seseorang yang berusia $(x + s)$ tahun yang diseleksi ketika peserta asuransi berusia x tahun disebabkan oleh kasus *multiple decrement*.

Peluang keluar dari peserta yang berusia $(x + s)$ tahun yang melalui proses seleksi ketika berusia x tahun selama h tahun dan keluar dari perusahaan asuransi ketika berusia $(x + s + 1)$ tahun yang disebabkan karena kasus j maka peluang keluarnya dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$q_{[x]+s}^{(j)} = \frac{{}_{1+s}q_x^{(j)} - {}_s q_x^{(j)}}{{}_s p_x^{(\tau)}}. \quad (5)$$

Hubungan peluang bertahan dan peluang keluar dari peserta asuransi yang melalui proses seleksi yang disebabkan karena kasus j dapat dinyatakan dengan

$$p_{[x]+s}^{(j)} = 1 - q_{[x]+s}^{(j)}. \quad (6)$$

3. MODEL SELEKSI PREMI ASURANSI JIWA DWIGUNA UNTUK KASUS *MULTIPLE DECREMENT*

Asuransi jiwa dwiguna adalah gabungan antara asuransi jiwa dwiguna murni dan asuransi jiwa berjangka [4: h.88]. Dengan kata lain asuransi jiwa dwiguna memberikan uang pertanggungan baik tertanggung masih hidup atau pun meninggal pada saat berakhirnya masa pertanggungan. Peserta asuransi mempunyai kewajiban membayar premi kepada perusahaan asuransi. Besarnya premi yang dibayarkan dipengaruhi oleh peluang hidup, tingkat bunga, dan biaya lainnya. Sebelum menentukan premi, akan ditentukan terlebih dahulu anuitas hidup awal berjangka berdasarkan model seleksi untuk kasus *multiple decrement*.

Anuitas yang digunakan pada pembahasan ini adalah anuitas hidup awal berjangka. Anuitas hidup awal berjangka adalah anuitas hidup yang pembayarannya dilakukan pada jangka waktu tertentu. Nilai tunai anuitas hidup awal berjangka yaitu nilai tunai anuitas hidup yang pembayarannya dilakukan disetiap awal tahun yang dilakukan dalam jangka waktu tertentu. Nilai tunai anuitas hidup awal berjangka dari peserta asuransi jiwa berusia $(x + s)$ tahun yang melalui proses seleksi saat berusia x

tahun dengan jangka waktu seleksi h tahun dan jangka waktu n tahun dinyatakan dengan [4:h.112]

$$\ddot{a}_{[x]+s:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t P_{[x]+s}. \quad (7)$$

dengan v merupakan faktor diskon yang dinyatakan dengan [4:h.2]

$$v = \frac{1}{1+i}. \quad (8)$$

Dari persamaan (7) diperoleh nilai keseluruhan pembayaran anuitas hidup awal berjangka dari peserta asuransi jiwa berusia $(x + s)$ tahun yang melalui proses seleksi saat berusia x tahun dengan jangka waktu seleksi h tahun dinyatakan sebagai berikut.

$$\ddot{a}_{[x]+s:\overline{n}|} = 1 + v p_{[x]+s} + v^2 {}_2p_{[x]+s} + v^3 {}_3p_{[x]+s} + \dots + v^{n-1} {}_{n-1}p_{[x]+s}. \quad (9)$$

Berdasarkan persamaan (4) dan (9), diperoleh nilai tunai anuitas hidup awal berjangka dari peserta asuransi jiwa berusia $(x + s)$ tahun yang melalui proses seleksi saat berusia x tahun dengan jangka waktu seleksi h tahun sampai dengan n tahun dalam bentuk asumsi *constant force* yang dinyatakan sebagai berikut.

$$\ddot{a}_{[x]+s:\overline{n}|} = 1 + v(p_{[x]+s}) + v^2 (p_{[x]+s})^2 + v^3 (p_{[x]+s})^3 + \dots + v^{n-1} (p_{[x]+s})^{n-1}. \quad (10)$$

Persamaan (10) membentuk suatu deret geometri [6:h.12] dengan $a=1$ dan $r = v(p_{[x]+s})$ untuk $r < 1$, maka berdasarkan jumlah deret geometri, diperoleh nilai tunai anuitas awal berjangka dari peserta asuransi yang berusia $(x + s)$ tahun yang mengikuti proses seleksi saat berusia x tahun dengan jangka waktu seleksi selama h tahun yang disebabkan karena kasus j dengan asumsi *constant force* dinyatakan sebagai berikut.

$$\ddot{a}_{[x]+s:\overline{n}|}^{(j)} = \frac{(1+i) \left(1 - \left(\frac{1}{1+i} p_{[x]+s}^{(j)} \right)^n \right)}{q_{[x]+s}^{(j)} + i}. \quad (11)$$

Premi asuransi jiwa dapat dibayarkan sekaligus yang disebut dengan premi tunggal, maupun secara berkala atau sering disebut juga premi tahunan. Premi tunggal asuransi jiwa dwiguna adalah gabungan dari premi tunggal asuransi jiwa berjangka dan premi tunggal asuransi jiwa dwiguna murni, yang dinyatakan dengan (lihat [2]).

$$A_{[x]+s:\overline{n}|} = A_{[x]+s:\overline{n}|}^{\frac{1}{2}} + A_{[x]+s:\overline{n}|}.$$

Berdasarkan asumsi *constant force*, premi tunggal asuransi jiwa dwiguna dari peserta asuransi yang berusia $(x + s)$ tahun yang mengikuti proses seleksi saat berusia x tahun dengan jangka waktu seleksi selama h tahun dipengaruhi oleh kasus j dapat dinyatakan dengan

$$A_{[x]+s:\overline{n}|}^{(j)} = R \frac{q_{[x]+s}^{(j)} + i (v p_{[x]+s}^{(j)})^n}{q_{[x]+s}^{(j)} + i}. \quad (12)$$

Premi tahunan pada asuransi jiwa dwiguna merupakan premi yang dibayarkan setiap tahunnya selama jangka waktu pertanggungan. Prinsip perhitungan premi tahunan asuransi jiwa yaitu nilai tunai premi sama dengan nilai tunai santunan. Sehingga premi tahunan asuransi jiwa dwiguna untuk peserta asuransi yang berusia $(x + s)$ tahun yang mengikuti proses seleksi saat berusia x tahun dengan jangka waktu seleksi selama h tahun dengan jangka waktu pertanggungan selama n tahun dengan masa pembayaran premi selama h tahun dapat dinyatakan dengan [4:h.109]

$$P_{[x]+s:n}^{(j)} = \frac{A_{[x]+s:n}^{(j)}}{\ddot{a}_{[x]+s:n}^{(j)}} \quad (13)$$

Berdasarkan asumsi *constant force*, premi tahunan untuk asuransi jiwa dwiguna dari peserta asuransi yang berusia $(x + s)$ tahun yang mengikuti proses seleksi saat berusia x tahun dengan jangka waktu seleksi selama h tahun dipengaruhi oleh kasus j sebagai berikut

$$P_{[x]+s:n}^{(j)} = \frac{R \frac{{}_{1+s}q_x^{(j)} - {}_sq_x^{(j)}}{(p_x^{(\tau)})^s} + i \left(v \left(\frac{(p_x^{(\tau)})^s - {}_{1+s}q_x^{(j)} - {}_sq_x^{(j)}}{(p_x^{(\tau)})^s} \right) \right)}{(1+i) \left(1 - \left(v \left(\frac{(p_x^{(\tau)})^s - {}_{1+s}q_x^{(j)} - {}_sq_x^{(j)}}{(p_x^{(\tau)})^s} \right) \right)^n \right)} \quad (14)$$

Uang pertanggungan pada asuransi jiwa dwiguna ini akan dibayarkan pada akhir tahun kematian dari peserta asuransi atau pada akhir tahun polis.

Contoh Pak Rusian yang berusia 35 tahun dan Pak Rizky yang berusia 24 tahun ingin mengikuti program asuransi jiwa dwiguna selama 10 tahun dengan uang pertanggungan sebesar Rp10.000.000,00 yang nantinya akan diberikan kepada ahli waris masing-masing dari mereka dengan tingkat bunga 5% per tahun. Jika Pak Rusian dan Pak Rizky menjalani proses seleksi selama satu tahun, maka tentukan premi yang harus dibayarkan oleh mereka jika:

- Pak Rusian diseleksi disebabkan oleh kasus (1) yaitu meninggal dunia.
- Pak Rusian diseleksi disebabkan oleh kasus (2) yaitu tidak mampu bayar.
- Pak Rizky diseleksi disebabkan oleh kasus (1) yaitu meninggal dunia.
- Pak Rizky diseleksi disebabkan oleh kasus (2) yaitu tidak mampu bayar.

Penyelesaian dari kasus di atas diberikan sebagai berikut. Diketahui: $[x] = 35$; $n = 10$; $R = \text{Rp}10.000.000,00$; $[x] = 24$; $i = 5\% = 0.05$; $h = 1$; $v = 0,975609756$. Dan dari Tabel 3.1, 3.2, 3.3 dan 3.4 (lihat [2]) diketahui $q_{35}^{(1)} = 0,02166065$; $q_{35}^{(2)} = 0,027075812$; $l_{35}^{(\tau)} = 554$; $d_{35}^{(1)} = 12$; $d_{35}^{(2)} = 15$; $q_{24}^{(1)} = 0,017584994$; $q_{24}^{(2)} = 0,026963685$; $l_{24}^{(\tau)} = 853$; $d_{24}^{(1)} = 15$; $d_{24}^{(2)} = 23$.

Berdasarkan data yang diketahui, dapat dibuat tabel Peluang keluar dan peluang bertahan peserta asuransi yang masuk saat berusia 35 tahun yang diseleksi selama satu tahun disebabkan oleh dua kasus dan tabel Peluang keluar dan peluang bertahan peserta

asuransi yang masuk saat berusia 24 tahun yang diseleksi selama satu tahun disebabkan oleh dua kasus dengan menggunakan *Microsoft Excel* terlihat pada Tabel 1 dan Tabel 2.

Tabel 1: Peluang keluar dan peluang bertahan peserta asuransi yang masuk saat berusia 35 tahun yang diseleksi selama satu tahun disebabkan oleh dua kasus.

| x | $l_x^{(1)}$ | $l_x^{(2)}$ | $q_{[x]+1}^{(1)}$ | $q_{[x]+1}^{(2)}$ | $p_{[x]+1}^{(1)}$ | $p_{[x]+1}^{(2)}$ |
|-----|-------------|-------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 35 | 542 | 539 | 0,017077799 | 0,022770398 | 0,982922201 | 0,977229602 |
| 36 | 518 | 515 | 0,015810277 | 0,031620553 | 0,984189723 | 0,968379447 |
| 37 | 498 | 490 | 0,01659751 | 0,022821577 | 0,98340249 | 0,977178423 |
| 38 | 474 | 471 | 0,019438445 | 0,017278618 | 0,980561555 | 0,982721382 |
| 39 | 454 | 455 | 0 | 0 | 1 | 1 |

Tabel 2: Peluang keluar dan peluang bertahan peserta asuransi yang masuk saat berusia 24 tahun yang diseleksi selama satu tahun disebabkan oleh dua kasus.

| x | $l_x^{(1)}$ | $l_x^{(2)}$ | $q_{[x]+1}^{(1)}$ | $q_{[x]+1}^{(2)}$ | $p_{[x]+1}^{(1)}$ | $p_{[x]+1}^{(2)}$ |
|-----|-------------|-------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 24 | 838 | 830 | 0,007361963 | 0,01595092 | 0,992638037 | 0,98404908 |
| 25 | 809 | 802 | 0,013819095 | 0,015075377 | 0,986180905 | 0,984924623 |
| 26 | 785 | 784 | 0,018111255 | 0,01164295 | 0,981888745 | 0,98835705 |
| 27 | 759 | 764 | 0,008 | 0,004 | 0,992 | 0,996 |
| 28 | 744 | 747 | 0 | 0 | 1 | 1 |

Selanjutnya akan ditentukan premi yang harus dibayar jika :

- a. Pak Rusian diseleksi disebabkan oleh kasus (1) yaitu meninggal dunia.

Nilai tunai anuitas hidup berjangka $\ddot{a}_{[35]+1:\overline{10}}^{(1)}$ dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan (11), maka diperoleh

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{[35]+1:\overline{10}}^{(1)} &= \frac{(1+i) \left(1 - \left(\frac{1}{1+i} p_{[35]+1}^{(1)} \right)^{10} \right)}{q_{[35]+1}^{(1)} + i} \\ &= \frac{(1+0,05) \left(1 - \left((0,952380952)(0,982922201) \right)^{10} \right)}{0,017077799 + 0,05} \end{aligned}$$

$$\ddot{a}_{[35]+1:\overline{10}}^{(1)} = 7,564202435.$$

Kemudian dengan menggunakan persamaan (12), maka diperoleh premi tunggal asuransi jiwa dwiguna $A_{[35]+1:\overline{10}}^{(1)}$ sebagai berikut.

$$A_{[35]+1:\overline{10}}^{(1)} = R \left(\frac{q_{[35]+1}^{(1)} + i \left((vp_{[35]+1}^{(1)})^{10} \right)}{q_{[35]+1}^{(1)} + i} \right)$$

$$A_{[35]+1:\overline{10}}^{(1)} = \text{Rp}10.000.000 \left(\frac{0,017077799 + 0,05 \left(((0,952380952)(0,982922201))^{10} \right)}{0,017077799 + 0,05} \right)$$

$$A_{[35]+1:\overline{10}}^{(1)} = \text{Rp}6.397.998,84.$$

Selanjutnya, berdasarkan persamaan (13) diperoleh

$$\begin{aligned} P_{[35]+1:\overline{10}}^{(1)} &= \frac{A_{[35]+1:\overline{10}}^{(1)}}{\ddot{a}_{[35]+1:\overline{10}}^{(1)}} \\ &= \frac{\text{Rp}6.397.998,84}{7,564202435} \\ P_{[35]+1:\overline{10}}^{(1)} &= \text{Rp}845.825,97. \end{aligned}$$

Jadi, besarnya premi yang harus dibayar Pak Rusian jika ia mengikuti program asuransi jiwa dwiguna dan diseleksi selama satu tahun karena kasus (1), yaitu meninggal dunia adalah Rp845.825,97.

Perhitungan lebih lengkap premi yang harus dibayar oleh peserta asuransi yang masuk pada saat berusia 35 tahun yang diseleksi karena kasus (1), yaitu meninggal dunia, diberikan pada Tabel 3.

Tabel 3: Premi peserta asuransi yang masuk saat berusia 35 tahun yang diseleksi selama satu tahun disebabkan oleh kasus (1), yaitu meninggal dunia.

| x | $A_{[x]+1:\overline{n}}^{(1)}$ (Rp) | $\ddot{a}_{[x]+1:\overline{n}}^{(1)}$ | $P_{[x]+1:\overline{n}}^{(1)}$ (Rp) |
|-----|-------------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------|
| 35 | 6.397.998,84 | 7,564202435 | 845.825,97 |
| 36 | 6.379.548,60 | 7,602947931 | 839.088,82 |
| 37 | 6.391.021,68 | 7,578854470 | 843.270,14 |
| 38 | 6.432.045,39 | 7,492704674 | 858.441,07 |
| 39 | 6.139.132,54 | 8,107821676 | 757.186,43 |

b. Pak Rusian diseleksi disebabkan oleh kasus (2) yaitu tidak mampu bayar. Nilai tunai anuitas hidup berjangka $\ddot{a}_{[35]+1:\overline{10}}^{(2)}$ dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan (11), maka diperoleh

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{[35]+1:\overline{10}}^{(2)} &= \frac{(1+i) \left(1 - \left(\frac{1}{1+i} P_{[35]+1}^{(2)} \right)^{10} \right)}{q_{[35]+1}^{(2)} + i} \\ &= \frac{(1+0,05) \left(1 - ((0,952380952)(0,977229602))^{10} \right)}{0,022770398 + 0,05} \\ \ddot{a}_{[35]+1:\overline{10}}^{(2)} &= 7,393237772. \end{aligned}$$

Kemudian dengan menggunakan persamaan (12), maka diperoleh premi tunggal asuransi jiwa dwiguna $A_{[35]+1:\overline{10}}^{(2)}$ sebagai berikut.

$$A_{[35]+1:\overline{10}}^{(2)} = R \left(\frac{q_{[35]+1}^{(2)} + i \left((vp_{[35]+1}^{(2)})^{10} \right)}{q_{[35]+1}^{(2)} + i} \right)$$

$$= \text{Rp}10.000.000 \left(\frac{0,022770398 + 0,05 \left((0,952380952)(0,977229602) \right)^{10}}{0,022770398 + 0,05} \right)$$

$$A_{[35]+1:\overline{10}}^{(2)} = \text{Rp}6.479.410,58.$$

Selanjutnya, berdasarkan persamaan (13) diperoleh

$$P_{[35]+1:\overline{10}}^{(2)} = \frac{A_{[35]+1:\overline{10}}^{(2)}}{\ddot{a}_{[35]+1:\overline{10}}^{(1)}}$$

$$= \frac{\text{Rp}6.479.410,58}{7,393237772}$$

$$P_{[35]+1:\overline{10}}^{(2)} = \text{Rp}876.396,89.$$

Jadi, besarnya premi yang harus dibayar Pak Rusian jika ia mengikuti program asuransi jiwa dwiguna dan diseleksi selama satu tahun karena kasus (2), yaitu tidak mampu bayar adalah Rp876.396,89.

Perhitungan lebih lengkap premi yang harus dibayar oleh peserta asuransi yang masuk pada saat berusia 35 tahun yang diseleksi karena kasus (2), yaitu tidak mampu bayar, diberikan pada Tabel 4.

Tabel 4: Premi peserta asuransi yang masuk saat berusia 35 tahun yang diseleksi selama satu tahun disebabkan oleh kasus (2), yaitu tidak mampu bayar.

| x | $A_{[x]+1:\overline{n}}^{(2)}$ (Rp) | $\ddot{a}_{[x]+1:\overline{n}}^{(2)}$ | $P_{[x]+1:\overline{n}}^{(2)}$ (Rp) |
|-----|-------------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------|
| 35 | 6.479.410,58 | 7,393237772 | 876.396,89 |
| 36 | 6.601.393,25 | 7,137074166 | 924.943,91 |
| 37 | 6.480.131,87 | 7,391723075 | 876.674,06 |
| 38 | 6.400.911,09 | 7,558086708 | 846.895,69 |
| 39 | 6.139.132,54 | 8,107821676 | 757.186,43 |

c. Pak Rizky diseleksi disebabkan oleh kasus (1) yaitu meninggal dunia. Nilai tunai $\ddot{a}_{[24]+1:\overline{10}}^{(1)}$ dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan (11), maka diperoleh anuitas hidup berjangka

$$\ddot{a}_{[24]+1:\overline{10}}^{(1)} = \frac{(1+i) \left(1 - \left(\frac{1}{1+i} P_{[24]+1}^{(1)} \right)^{10} \right)}{q_{[24]+1}^{(1)} + i}$$

$$\ddot{a}_{[24]+1:\overline{10}}^{(1)} = \frac{(1 + 0,05) \left(1 - ((0,952380952)(0,992638037))^{10} \right)}{0,007361963 + 0,05}$$

$$\ddot{a}_{[24]+1:\overline{10}}^{(1)} = 7,867674717.$$

Kemudian dengan menggunakan persamaan (12), maka diperoleh premi tunggal asuransi jiwa dwiguna $A_{[24]+1:\overline{10}}^{(1)}$ sebagai berikut.

$$A_{[24]+1:\overline{10}}^{(1)} = R \left(\frac{q_{[24]+1}^{(1)} + i \left((vp_{[24]+1}^{(1)})^{10} \right)}{q_{[24]+1}^{(1)} + i} \right)$$

$$= \text{Rp}10.000.000 \left(\frac{0,007361963 + 0,05 \left(((0,952380952)(0,992638037))^{10} \right)}{0,007361963 + 0,05} \right)$$

$$A_{[24]+1:\overline{10}}^{(1)} = \text{Rp}6.253.488,23.$$

Selanjutnya, berdasarkan persamaan (13) diperoleh

$$P_{[24]+1:\overline{10}}^{(1)} = \frac{A_{[24]+1:\overline{10}}^{(1)}}{\ddot{a}_{[24]+1:\overline{10}}^{(1)}}$$

$$= \frac{\text{Rp}6.253.488,23}{7,867674717}$$

$$P_{[24]+1:\overline{10}}^{(1)} = \text{Rp}794.833,09 .$$

Jadi, besarnya premi yang harus dibayar Pak Rizky jika ia mengikuti program asuransi jiwa dwiguna dan diseleksi selama satu tahun karena kasus (1), yaitu meninggal dunia adalah Rp.794.833,09.

Perhitungan lebih lengkap premi yang harus dibayar oleh peserta asuransi yang masuk pada saat berusia 24 tahun yang diseleksi karena kasus (1), yaitu meninggal dunia, diberikan pada Tabel 5.

Tabel 5: Premi peserta asuransi yang masuk saat berusia 24 tahun yang diseleksi selama satu tahun disebabkan oleh kasus (1), yaitu meninggal dunia.

| x | $A_{[x]+1:\overline{n}}^{(1)}$ (Rp) | $\ddot{a}_{[x]+1:\overline{n}}^{(1)}$ | $P_{[x]+1:\overline{n}}^{(1)}$ (Rp) |
|-----|-------------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------|
| 24 | 6.253.488,23 | 7,867674717 | 794.833,09 |
| 25 | 6.350.323,46 | 7,664320725 | 828.556,59 |
| 26 | 6.412.954,22 | 7,532796136 | 851.337,82 |
| 27 | 6.263.198,86 | 7,847282396 | 798.136,04 |
| 28 | 6.139.132,54 | 8,107821676 | 757.186,43 |

d. Pak Rizky diseleksi disebabkan oleh kasus (2) yaitu tidak mampu bayar. Nilai tunai $\ddot{a}_{[24]+1:\overline{10}}^{(2)}$ dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan (11), maka diperoleh anuitas hidup berjangka

$$\begin{aligned}\ddot{a}_{[24]+1:\overline{10}}^{(2)} &= \frac{(1+i) \left(1 - \left(\frac{1}{1+i} p_{[24]+1}^{(2)} \right)^{10} \right)}{q_{[24]+1}^{(2)} + i} \\ &= \frac{(1+0,05) \left(1 - \left((0,952380952)(0,98404908) \right)^{10} \right)}{0,01595092 + 0,05} \\ \ddot{a}_{[24]+1:\overline{10}}^{(2)} &= 7,598636424.\end{aligned}$$

Kemudian dengan menggunakan persamaan (12), maka diperoleh premi tunggal asuransi jiwa dwiguna $A_{[24]+1:\overline{10}}^{(2)}$ sebagai berikut.

$$\begin{aligned}A_{[24]+1:\overline{10}}^{(2)} &= R \left(\frac{q_{[24]+1}^{(2)} + i \left((vp_{[24]+1}^{(2)})^{10} \right)}{q_{[24]+1}^{(2)} + i} \right) \\ &= \text{Rp}10.000.000 \left(\frac{0,01595092 + 0,05 \left(\left((0,952380952)(0,98404908) \right)^{10} \right)}{0,01595092 + 0,05} \right) \\ A_{[24]+1:\overline{10}}^{(2)} &= \text{Rp}6.381.601,70.\end{aligned}$$

Selanjutnya, berdasarkan persamaan (13) diperoleh

$$\begin{aligned}P_{[24]+1:\overline{10}}^{(2)} &= \frac{A_{[24]+1:\overline{10}}^{(2)}}{\ddot{a}_{[24]+1:\overline{10}}^{(2)}} \\ &= \frac{\text{Rp}6.381.601,70}{7,598636424} \\ P_{[24]+1:\overline{10}}^{(2)} &= \text{Rp}839.835,12.\end{aligned}$$

Jadi, besarnya premi yang harus dibayar Pak Rizky jika ia mengikuti program asuransi jiwa dwiguna dan diseleksi selama satu tahun karena kasus (2), yaitu tidak mampu bayar adalah Rp839.835,12.

Perhitungan lebih lengkap premi yang harus dibayar oleh peserta asuransi yang masuk pada saat berusia 24 tahun yang diseleksi karena kasus (2), yaitu tidak mampu bayar, diberikan pada Tabel 6.

Tabel 6: Premi peserta asuransi yang masuk saat berusia 24 tahun yang diseleksi selama satu tahun disebabkan oleh kasus (2), yaitu tidak mampu bayar.

| x | $A_{[x]+1:\overline{n}}^{(2)}$ (Rp) | $\ddot{a}_{[x]+1:\overline{n}}^{(2)}$ | $P_{[x]+1:\overline{n}}^{(2)}$ (Rp) |
|-----|-------------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------|
| 24 | 6.381.601,70 | 7,598636424 | 839.835,12 |
| 25 | 6.368.796,71 | 7,625526914 | 835.194,31 |
| 26 | 6.318.043,26 | 7,732109155 | 817.117,70 |
| 27 | 6.201.796,84 | 7,976226632 | 777.535,18 |
| 28 | 6.139.132,54 | 8,107821676 | 757.186,43 |

4. KESIMPULAN

Premi tahunan asuransi jiwa dwiguna yang harus dibayar oleh peserta asuransi yang berusia $(x + s)$ tahun yang mengikuti proses seleksi saat berusia x tahun dengan jangka seleksi selama h tahun dikarenakan kasus *multiple decrement* bergantung pada peluang keluar dan peluang bertahan. Semakin kecil peluang bertahan dari peserta asuransi maka akan semakin besar premi tahunan yang harus dibayar oleh peserta asuransi.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Bowers, N.L., H.U. Gerber, J.C. Hickman, D.A. Jones, & C.J. Nesbitt. 1997. *Actuarial Mathematics*. The Society of Actuaries, United States of America.
- [2] Cita, D.R. 2014. *Model Seleksi Premi Asuransi Jiwa Dwiguna Untuk Kasus Multiple Decrement*. Skripsi S1 Jurusan Matematika FMIPA Universitas Riau, Pekanbaru.
- [3] Dickson, D.C.M., M.R. Hardy, & H.R. Waters. 2009. *Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks*. Cambridge University Pres, New York.
- [4] Futami, Takashi. 1993. *Matematika Asuransi Jiwa, Bagian 1*. Terj. dari *Seimei Hoken Sugaku, Jokan ("92 Revision)*, oleh Herliyanto, Gatot. Penerbit Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Japan.
- [5] Promislow, S.D. 1991. *Select and Untimate Models in Multiple Decrement Theory*. *Transaction of Society of Actuaries*. XLIII: 281-300.
- [6] Purcell, E.J. & D. Varberg. 1987. *Kalkulus dan Geometri Analitis Edisi Kelima: Jilid 2*. Terj. dari *Calculus with Analytics Geometry, Fifth Edition*, oleh Susila, I.N., B. Kartasmita & Rawuh. Penerbit Erlangga, Jakarta.