

CADANGAN ASURANSI DWIGUNA *LAST SURVIVOR* DENGAN METODE *PREMIUM SUFFICIENCY*

Margaretta Tiolina Siregar^{1*}, Hasriati², Aziskhan²

¹Mahasiswa Program S1 Matematika

²Dosen Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau
Kampus Bina Widya 28293 Indonesia

*margarettatolinas@yahoo.com

ABSTRACT

This article discusses premium sufficiency method which is used to determine the reserved gross premium of an endowment life insurance with last survivor status. The calculation of gross premium is obtained by determination of the present value of due life annuity and net premium by members of life insurance. The present value of due life annuity and net premium are expressed in the form of commutation function.

Keywords: gross premium, premium sufficiency method, last survivor status.

ABSTRAK

Artikel ini membahas tentang metode *premium sufficiency* yang digunakan untuk menentukan besarnya cadangan premi kotor pada asuransi jiwa dwiguna status *last survivor*. Perhitungan premi kotor tersebut diperoleh dengan menentukan nilai tunai anuitas hidup awal dan premi bersih dari peserta asuransi jiwa. Perhitungan nilai tunai anuitas hidup awal dan premi bersih dinyatakan dalam bentuk fungsi komutasi.

Kata kunci: premi kotor, metode *premium sufficiency*, status *last survivor*.

1. PENDAHULUAN

Pada perusahaan asuransi, dana yang dibayarkan pada saat tertanggung (peserta asuransi) meninggal pada suatu waktu tertentu diambil dari cadangan. Dengan kata lain cadangan merupakan besarnya uang yang ada pada perusahaan dalam jangka waktu pertanggungan [3]. Cadangan premi asuransi dapat dihitung berdasarkan asumsi premi bersih tahunan yang artinya tidak melibatkan biaya manajemen yang dikeluarkan oleh perusahaan. Namun ada pula beberapa perhitungan cadangan yang melibatkan biaya-biaya manajemen perusahaan. Cadangan yang demikian disebut perhitungan cadangan berdasarkan metode *premium sufficiency*.

Pada artikel ini penulis membahas cadangan asuransi jiwa dwiguna *last survivor* yang diperoleh dari buku Futami [4]. Pada buku Futami, metode *premium sufficiency* hanya dihitung pada status perorangan, sedangkan pada artikel ini dibahas pada status

last survivor dan dinyatakan dalam bentuk fungsi komutasi. Asuransi jiwa dwiguna *last survivor* adalah asuransi jiwa yang masa pertanggungan ditentukan, dalam maupun saat berakhirnya masa pertanggungan, baik meninggal maupun bertahan hidup tertanggung tetap mendapatkan uang pertanggungan, dengan ketentuan jika dalam masa pertanggungan tersebut salah satu tertanggung meninggal dunia maka tertanggung yang lain harus tetap membayar premi sampai berakhirnya masa pertanggungan [1]. Dalam hal ini penulis hanya membatasi untuk dua orang tertanggung (peserta asuransi) yang berusia x dan y tahun.

2. ANUITAS DAN PREMI ASURANSI JIWA STATUS *LAST SURVIVOR*

Dalam menentukan besar anuitas dan premi asuransi jiwa dibutuhkan nilai dari peluang hidup dan peluang meninggal seorang peserta asuransi. Terlebih dahulu dibahas peluang hidup untuk status *last survivor* yang merupakan nilai kemungkinan dalam waktu t tahun kemudian, setidaknya satu orang diantara x dan y tetap hidup, dinyatakan dengan [4]

$${}_t p_{\overline{xy}} = {}_t p_x + {}_t p_y - {}_t p_{xy} . \quad (1)$$

Nilai tunai anuitas hidup awal berjangka status *last survivor* selama periode pembayaran anuitas untuk uang pertanggungan sebesar 1 satuan pembayaran adalah

$$\ddot{a}_{\overline{xy:n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t {}_t p_{\overline{xy}} , \quad (2)$$

dengan v menyatakan faktor diskon yaitu

$$v = \frac{1}{1+i} .$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (1) ke persamaan (2) maka nilai tunai anuitas hidup awal berjangka status *last survivor* menjadi sebagai berikut:

$$\ddot{a}_{\overline{xy:n}|} = \ddot{a}_{\overline{x:n}|} + \ddot{a}_{\overline{y:n}|} - \ddot{a}_{\overline{xy:n}|} .$$

Selanjutnya dalam bentuk fungsi komutasi, anuitas hidup awal berjangka status hidup awal berjangka status *last survivor* dinyatakan dengan persamaan

$$\ddot{a}_{\overline{xy:n}|} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} + \frac{N_y - N_{y+n}}{D_y} - \left(\frac{N_{xy} - N_{x+n,y+n}}{D_{xy}} \right) , \quad (3)$$

untuk jangka pertanggungan selama m tahun maka anuitasnya menjadi

$$\ddot{a}_{\overline{xy:m}|} = \frac{N_x - N_{x+m}}{D_x} + \frac{N_y - N_{y+m}}{D_y} - \left(\frac{N_{xy} - N_{x+m,y+m}}{D_{xy}} \right) , \quad (4)$$

dan untuk jangka pertanggungan selama $n - t$ tahun, usia peserta masing-masing $x + t$ dan $y + t$ tahun, dengan $0 \leq t \leq n$, maka fungsi komutasi dari anuitas hidup awal berjangka status *last survivor* adalah

$$\ddot{a}_{\overline{x+t,y+t:n-t}|} = \frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{D_{x+t}} + \frac{N_{y+t} - N_{y+n}}{D_{y+t}} - \left(\frac{N_{x+t,y+t} - N_{x+n,y+n}}{D_{x+t,y+t}} \right) . \quad (5)$$

Premi yang dibayarkan oleh peserta asuransi kepada pihak asuransi merupakan kesepakatan pada awal kontrak yang sudah diperhitungkan oleh pihak asuransi. Premi tunggal maupun premi tahunan asuransi jiwa dwiguna status *last survivor* diperoleh

dengan menjumlahkan premi dari asuransi berjangka dan premi dari asuransi jiwa dwiguna murni. Premi yang akan dibahas terlebih dahulu adalah premi tunggal asuransi jiwa dwiguna untuk status *last survivor* yang dinotasikan dengan persamaan [4]

$$A_{\overline{xy}:\overline{n}} = R \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} {}_t|q_{\overline{xy}} + Rv^n {}_np_{\overline{xy}},$$

dengan ${}_t|q_{xy}$ merupakan peluang orang yang berusia x dan y tahun akan hidup sampai t tahun dan kemudian meninggal dalam 1 tahun berikutnya, dinyatakan dengan

$${}_t|q_{xy} = {}_tp_{xy} - {}_{t+1}p_{xy}.$$

Selanjutnya dalam bentuk fungsi komutasi, premi tunggal asuransi jiwa dwiguna untuk status *last survivor* dinyatakan dengan persamaan

$$A_{\overline{xy}:\overline{n}} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x} + \frac{M_y - M_{y+n} + D_{y+n}}{D_y} - \frac{M_{xy} - M_{x+n,y+n} + D_{x+n,y+n}}{D_{xy}}. \quad (6)$$

Sama halnya dengan anuitas, untuk jangka waktu pertanggungan selama $n - t$ tahun, usia peserta asuransi masing-masing $x + t$ dan $y + t$ tahun, dengan $0 \leq t \leq n$, maka premi tunggal asuransi jiwa dwiguna status *last survivor* adalah

$$A_{\overline{x+t,y+t:n-t}} = \frac{M_{x+t} - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_{x+t}} + \frac{M_{y+t} - M_{y+n} + D_{y+n}}{D_y} - \left(\frac{M_{x+t,y+t} - M_{x+n,y+n} + D_{x+n,y+n}}{D_{xy}} \right). \quad (7)$$

Selanjutnya yang akan dibahas adalah mengenai premi tahunan asuransi dwiguna untuk status *last survivor*. Adapun premi yang digunakan adalah premi status *last survivor* asuransi jiwa dwiguna dimana premi dapat dibayarkan pada permulaan tahun selama jangka waktu tertentu dan dinotasikan dengan $P_{\overline{xy}:\overline{n}}$.

Premi tahunan asuransi jiwa dwiguna status *last survivor* untuk peserta asuransi jiwa yang berusia x dan y tahun dengan uang pertanggungan akan dibayarkan pada akhir masa pertanggungan asuransi dinyatakan dengan persamaan

$$P_{\overline{xy}:\overline{n}} = \frac{A_{\overline{xy}:\overline{n}}}{\ddot{a}_{\overline{xy}:\overline{n}}}.$$

Jika pembayaran preminya adalah m tahun dengan $m < n$ maka premi tahunan asuransi dwiguna *last survivor*nya dapat dinyatakan sebagai berikut:

$${}_mP_{\overline{xy}:\overline{n}} = \frac{A_{\overline{xy}:\overline{n}}}{\ddot{a}_{\overline{xy}:\overline{m}}}. \quad (8)$$

Premi tahunan asuransi dwiguna *last survivor* dapat dinyatakan dalam bentuk komutasi yaitu dengan mensubstitusikan persamaan (4) dan persamaan (6) ke persamaan (8) sehingga diperoleh

$${}_mP_{\overline{xy}:\overline{n}} = \frac{\frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x} + \frac{M_y - M_{y+n} + D_{y+n}}{D_y} - \frac{(M_{xy} - M_{x+n,y+n} + D_{x+n,y+n})}{D_{xy}}}{\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} + \frac{N_y - N_{y+n}}{D_y} + \frac{N_{x+n,y+n} - N_{xy}}{D_{xy}}}. \quad (9)$$

Jika uang pertanggungan sebesar R maka premi yang harus dibayarkan adalah $R_m P_{\overline{xy:n}|}$. Premi yang dinyatakan dalam persamaan (9) dinamakan premi bersih tahunan asuransi jiwa dwiguna *last survivor*.

3. PERHITUNGAN CADANGAN DENGAN METODE *PREMIUM SUFFICIENCY*

Cadangan adalah sejumlah uang yang harus dimiliki perusahaan yang berguna untuk membayar semua kewajiban perusahaan sesuai dengan kesepakatan pada kontrak. Perhitungan cadangan dengan premi dapat diperoleh dengan asumsi premi kotor yang mana dalam premi tersebut terdapat biaya-biaya manajemen perusahaan.

Misalkan $A_{\overline{xy:n}|}$ merupakan premi tunggal asuransi jiwa dwiguna *last survivor*, $\ddot{a}_{\overline{xy:m}|}$ dan $\ddot{a}_{\overline{xy:n}|}$ masing-masing menyatakan anuitas hidup awal berjangka status *last survivor*, dan $mP_{\overline{xy:n}|}$ menyatakan premi bersih tahunan asuransi jiwa dwiguna. Premi kotor asuransi jiwa dwiguna dapat dinyatakan

$$mP_{\overline{xy:n}|}^* = \frac{1}{1-\beta} \left\{ mP_{\overline{xy:n}|} + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{\overline{xy:m}|}} + \gamma + \gamma' \frac{\ddot{a}_{\overline{xy:n}|} - \ddot{a}_{\overline{xy:m}|}}{\ddot{a}_{\overline{xy:m}|}} \right\}, \quad (10)$$

dengan

$\alpha :=$ biaya penutupan baru untuk besar uang pertanggungan 1 satuan.

$\beta :=$ biaya pengumpulan premi sepanjang jangka waktu pertanggungan premi untuk uang pertanggungan 1 satuan.

$\gamma :=$ biaya pemeliharaan dalam masa pembayaran premi untuk uang pertanggungan 1 satuan.

$\gamma' :=$ biaya pemeliharaan setelah masa pembayaran premi untuk uang pertanggungan 1 satuan.

Selanjutnya akan dibahas mengenai metode perhitungan cadangan premi asuransi jiwa berdasarkan asumsi premi kotor yang dilakukan dengan dasar pengeluaran diwaktu yang akan datang ditambahkan biaya-biaya, namun dari segi pendapatan premi yang digunakan bukanlah premi bersih melainkan premi kotor. Cadangan asuransi jiwa dwiguna *last survivor* dengan metode *premium sufficiency* dinotasikan dengan ${}_t^m V_{\overline{xy:n}|}$, dengan m merupakan lama pembayaran dan t adalah waktu perhitungan cadangan.

Misalkan n menyatakan jangka waktu pertanggungan asuransi, dan $mP_{\overline{xy:n}|}^*$ merupakan premi kotor asuransi jiwa berjangka dengan masa pembayaran premi selama m tahun. Cadangan *premium sufficiency* asuransi jiwa dwiguna status *last survivor* yang dihitung pada tahun ke- t , dengan $0 \leq t \leq n$, dinyatakan dengan

$$\begin{aligned} {}_t^m V_{\overline{xy:n}|} &= A_{\overline{x+t,y+t:n-t}|} - (1-\beta) mP_{\overline{xy:n}|}^* \ddot{a}_{\overline{x+t,y+t:m-t}|} + \gamma \ddot{a}_{\overline{x+t,y+t:m-t}|} \\ &+ \gamma' (\ddot{a}_{\overline{x+t,y+t:n-t}|} - \ddot{a}_{\overline{x+t,y+t:m-t}|}). \end{aligned} \quad (11)$$

Terdapat masa pembayaran premi dalam jangka waktu m tahun sehingga cadangan premi dibagi menjadi dua yaitu pada saat $t < m$ dan $t \geq m$. Dalam hal ini dibahas terlebih dahulu cadangan premi dimana $t < m$. Cadangan *premium sufficiency* asuransi

jiwa dwiguna status *last survivor* yang dihitung pada tahun ke- t ($t < m$) diperoleh dengan mensubstitusikan persamaan (10) ke persamaan (11) sehingga diperoleh

$${}^mV_{\overline{xy:n}} = A_{\overline{x+t,y+t:n-t}} - \left({}^mP_{\overline{xy:n}} + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{\overline{xy:m}}|} \right) \ddot{a}_{\overline{x+t,y+t:m-t}}| - \gamma' \left(\frac{\ddot{a}_{\overline{xy:n}}|}{\ddot{a}_{\overline{xy:m}}|} \ddot{a}_{\overline{x+t,y+t:m-t}}| - \ddot{a}_{\overline{x+t,y+t:n-t}}| \right). \quad (12)$$

Cadangan asuransi jiwa dwiguna status *last survivor* dengan menggunakan metode *premium sufficiency* untuk fungsi komutasinya dapat diperoleh dengan mensubstitusikan persamaan (3), (4), (5), (7), (9) ke persamaan (12) sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} {}^mV_{\overline{xy:n}} = & \left(\frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x} + \frac{M_y - M_{y+n} + D_{y+n}}{D_y} - \frac{M_{xy} - M_{x+n,y+n} + D_{x+n,y+n}}{D_{xy}} \right) \\ & - \left(\frac{\frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x} + \frac{M_y - M_{y+n} + D_{y+n}}{D_y} - \frac{(M_{xy} - M_{x+n,y+n} + D_{x+n,y+n})}{D_{xy}} + \alpha}{\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} + \frac{N_y - N_{y+n}}{D_y} + \frac{N_{x+n,y+n} - N_{xy}}{D_{xy}}} \right) \\ & \left(\frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{D_{x+t}} + \frac{N_{y+t} - N_{y+n}}{D_{y+t}} - \left(\frac{N_{x+t,y+t} - N_{x+n,y+n}}{D_{x+t,y+t}} \right) \right) \\ & - \gamma' \left\{ \left(\frac{\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} + \frac{N_y - N_{y+n}}{D_y} - \left(\frac{N_{xy} - N_{x+n,y+n}}{D_{xy}} \right)}{\frac{N_x - N_{x+m}}{D_x} + \frac{N_y - N_{y+m}}{D_y} - \left(\frac{N_{x+m,y+m} - N_{xy}}{D_{xy}} \right)} \right) \left(\frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{D_{x+t}} \right. \right. \\ & + \frac{N_{y+t} - N_{y+n}}{D_{y+t}} - \left. \left(\frac{N_{x+t,y+t} - N_{x+n,y+n}}{D_{x+t,y+t}} \right) \right) \\ & - \left(\frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{D_{x+t}} + \frac{N_{y+t} - N_{y+n}}{D_{y+t}} \right. \\ & \left. \left. - \left(\frac{N_{x+t,y+t} - N_{x+n,y+n}}{D_{x+t,y+t}} \right) \right) \right\}. \quad (13) \end{aligned}$$

Cadangan bisa juga diperoleh ketika salah seorang dari peserta asuransi meninggal dalam masa pertanggungan sehingga seseorang yang lain akan membayar premi selama masa pembayaran premi yang telah ditentukan. Ketika salah seorang bertahan maka hal tersebutlah yang dinamakan status *last survivor* ataupun paling terakhir bertahan. Cadangan yang diperoleh ketika salah seorang meninggal dunia adalah

$${}^mV = A_{y+t:\overline{n-t}}| - \left({}^mP_{\overline{xy:n}} + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{\overline{xy:m}}|} \right) \ddot{a}_{y+t:\overline{m-t}}| - \gamma' \left(\frac{\ddot{a}_{\overline{xy:n}}|}{\ddot{a}_{\overline{xy:m}}|} \ddot{a}_{y+t:\overline{m-t}}| - \ddot{a}_{y+t:\overline{n-t}}| \right). \quad (14)$$

Fungsi komutasi dari cadangan pada persamaan (14) dapat dinyatakan dengan persamaan

$$\begin{aligned}
{}_t mV = & \frac{M_{y+t} - M_{y+n} + D_{y+n}}{D_{y+t}} \\
& - \left(\frac{\frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x} + \frac{M_y - M_{y+n} + D_{y+n}}{D_y} - \frac{(M_{xy} - M_{x+n,y+n} + D_{x+n,y+n})}{D_{xy}} + \alpha}{\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} + \frac{N_y - N_{y+n}}{D_y} + \frac{N_{x+n,y+n} - N_{xy}}{D_{xy}}} \right) \\
& \left(\frac{N_{y+t} - N_{y+n}}{D_{y+t}} \right) \\
& - \gamma' \left(\left(\frac{\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} + \frac{N_y - N_{y+n}}{D_y} - \frac{(N_{xy} - N_{x+n,y+n})}{D_{xy}}}{\frac{N_x - N_{x+m}}{D_x} + \frac{N_y - N_{y+m}}{D_y} - \frac{(N_{x+m,y+m} - N_{xy})}{D_{xy}}} \right) \left(\frac{N_{y+t} - N_{y+m}}{D_{y+t}} \right) \right. \\
& \left. - \left(\frac{N_{y+t} - N_{y+n}}{D_{y+t}} \right) \right). \tag{15}
\end{aligned}$$

Selanjutnya akan dibahas cadangan premi pada saat masa pembayaran premi ketika tidak ada lagi pembayaran premi untuk $t \geq m$. Cadangan premi yang diperoleh adalah sebagai berikut (lihat [7]) :

$${}_t mV_{\overline{xy}:\overline{n}|} = A_{\overline{x+t,y+t:n-t}|} + \gamma' (\ddot{a}_{\overline{x+t,y+t:n-t}|}) . \tag{16}$$

Persamaan (16) dalam bentuk fungsi komutasi dapat dinyatakan dengan

$$\begin{aligned}
{}_t mV_{\overline{xy}:\overline{n}|} = & \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x} + \frac{M_y - M_{y+n} + D_{y+n}}{D_y} - \frac{M_{xy} - M_{x+n,y+n} + D_{x+n,y+n}}{D_{xy}} \\
& + \gamma' \left(\frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{D_{x+t}} + \frac{N_{y+t} - N_{y+n}}{D_{y+t}} - \frac{N_{x+t,y+t} - N_{x+n,y+n}}{D_{x+t,y+t}} \right) . \tag{17}
\end{aligned}$$

Contoh : Sepasang suami istri sepakat untuk mengikuti program asuransi dwiguna *last survivor* yang ditawarkan oleh suatu perusahaan asuransi dengan jangka pertanggungan 20 tahun dan masa pembayaran premi selama 18 tahun. Umur sang suami pada saat mengikuti asuransi dwiguna adalah 35 tahun dan istrinya berumur 30 tahun. Jika uang pertanggungan yang diterima oleh ahli waris sebesar Rp.10.000.000,00 pada akhir tahun polis dan tingkat bunga 2,5 %, lalu akan dicari

- Cadangan premi ketika keduanya meninggal pada tahun ke-7 dengan metode *premium sufficiency* dimana biaya manajemen perusahaan asuransi yaitu, $\alpha = 0,5\%$ dan $\gamma' = 3\%$.
- Cadangan premi ketika istrinya meninggal pada umur 40 tahun, dan sang suami meninggal 2 tahun kemudian dengan menggunakan metode *premium sufficiency* dimana biaya manajemen perusahaan asuransi yaitu, $\alpha = 0,5\%$ dan $\gamma' = 3\%$.

Penyelesaian dari kasus di atas diberikan sebagai berikut :

- Dengan menggunakan persamaan (13), cadangan premi pada saat $t = 0$ atau pada awal tahun kontrak berdasarkan metode *premium sufficiency* diperoleh

$$\begin{aligned}
{}^{18}_0V_{\overline{35,30:20}|} &= \left(\frac{M_{35} - M_{55} + D_{55}}{D_{35}} + \frac{M_{30} - M_{50} + D_{50}}{D_{30}} - \left(\frac{M_{35,30} - M_{55,50} + D_{55,50}}{D_{35,30}} \right) \right) \\
&\quad - \left(\frac{\frac{M_{35} - M_{55} + D_{55}}{D_{35}} + \frac{M_{30} - M_{50} + D_{50}}{D_{30}} - \frac{M_{35,30} - M_{55,50} + D_{55,50}}{D_{35,30}} + \alpha}{\frac{N_{35} - N_{53}}{D_{35}} + \frac{N_{30} - N_{48}}{D_{30}} + \frac{N_{53,48} - N_{35,30}}{D_{35,30}}} \right) \\
&\quad \left(\frac{N_{35} - N_{53}}{D_{35}} + \frac{N_{30} - N_{48}}{D_{30}} - \left(\frac{N_{35,30} - N_{53,48}}{D_{35,30}} \right) \right) \\
&\quad - \gamma' \left\{ \left(\frac{\frac{N_{35} - N_{55}}{D_{35}} + \frac{N_{30} - N_{50}}{D_{30}} - \left(\frac{N_{35,30} - N_{55,50}}{D_{35,30}} \right)}{\frac{N_{35} - N_{53}}{D_{35}} + \frac{N_{30} - N_{48}}{D_{30}} - \left(\frac{N_{53,48} - N_{35,30}}{D_{35,30}} \right)} \right) \right. \\
&\quad \left(\frac{N_{35} - N_{53}}{D_{35}} + \frac{N_{30} - N_{48}}{D_{30}} - \left(\frac{N_{35,30} - N_{53,48}}{D_{35,30}} \right) \right) \\
&\quad \left. - \left(\frac{N_{35} - N_{55}}{D_{35}} + \frac{N_{30} - N_{50}}{D_{30}} - \left(\frac{N_{35,30} - N_{55,50}}{D_{35,30}} \right) \right) \right\} \\
&= R(-\alpha) \\
&= \text{Rp } 10.000.000(-0.005) \\
{}^{18}_0V_{\overline{35,30:20}|} &= -\text{Rp } 50.000,00
\end{aligned}$$

Cadangan premi pada saat $t = 1$

$$\begin{aligned}
{}^{18}_1V_{\overline{35,30:20}|} &= \left(\frac{M_{36} - M_{55} + D_{55}}{D_{36}} + \frac{M_{31} - M_{50} + D_{50}}{D_{31}} \right. \\
&\quad \left. - \left(\frac{M_{36,31} - M_{55,50} + D_{55,50}}{D_{36,31}} \right) \right) \\
&\quad - \left(\frac{\frac{M_{35} - M_{55} + D_{55}}{D_{35}} + \frac{M_{30} - M_{50} + D_{50}}{D_{30}} - \frac{M_{35,30} - M_{55,50} + D_{55,50}}{D_{35,30}} + \alpha}{\frac{N_{35} - N_{53}}{D_{35}} + \frac{N_{30} - N_{48}}{D_{30}} + \frac{N_{53,48} - N_{35,30}}{D_{35,30}}} \right) \\
&\quad \left(\frac{N_{36} - N_{53}}{D_{35}} + \frac{N_{31} - N_{48}}{D_{31}} - \left(\frac{N_{36,31} - N_{53,48}}{D_{36,31}} \right) \right) \\
&\quad - \gamma' \left\{ \left(\frac{\frac{N_{35} - N_{55}}{D_{35}} + \frac{N_{30} - N_{50}}{D_{30}} - \left(\frac{N_{35,30} - N_{55,50}}{D_{35,30}} \right)}{\frac{N_{35} - N_{53}}{D_{35}} + \frac{N_{30} - N_{48}}{D_{30}} - \left(\frac{N_{53,48} - N_{35,30}}{D_{35,30}} \right)} \right) \right. \\
&\quad \left(\frac{N_{36} - N_{53}}{D_{36}} + \frac{N_{31} - N_{48}}{D_{31}} - \left(\frac{N_{36,31} - N_{53,48}}{D_{36,31}} \right) \right) \\
&\quad \left. - \left(\frac{N_{36} - N_{55}}{D_{36}} + \frac{N_{31} - N_{50}}{D_{31}} - \left(\frac{N_{36,31} - N_{55,50}}{D_{36,31}} \right) \right) \right\} \\
&= \{0.625694922 - 0.587965534 - 0.03(-0.088198951)\} \\
&= \text{Rp } 10.000.000(0.040375357)
\end{aligned}$$

$${}^{18}V_{\overline{35,30}:\overline{20}} = \text{Rp } 403.753,57$$

Dalam penghitungan cadangan dengan menggunakan *Ms.Excel* penulis membaginya menjadi 3 bagian yaitu

$$\begin{aligned} A &= A_{\overline{x+t,y+t:n-t}|} \\ B &= \left({}_mP_{\overline{xy:n}|} + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{\overline{xy:m}|}} \right) \ddot{a}_{\overline{x+t,y+t:m-t}|} \\ C &= \left(\frac{\ddot{a}_{\overline{xy:n}|}}{\ddot{a}_{\overline{xy:m}|}} \ddot{a}_{\overline{x+t,y+t:m-t}|} - \ddot{a}_{\overline{x+t,y+t:n-t}|} \right). \end{aligned}$$

Sehingga cadangan asuransi dwiguna *last survivor* dengan metode *premium sufficiency* dapat juga dinyatakan dengan

$$V=A-B-0.03C$$

Untuk beberapa tahun berikutnya cadangan dihitung dengan *Ms. Excel* sehingga dapat diperoleh Tabel 1.

Tabel 1: Cadangan *Premium Sufficiency Status Last Survivor* untuk Peserta Asuransi Jiwa Pria Berusia 35 Tahun dan Wanita Berusia 30 Tahun (kedua peserta meninggal pada tahun ke-7)

Waktu Perhitungan Cadangan	A	B	C	V=A-B-0.03C	Cadangan Premium Sufficiency (Rp)
0	0,61044986	0,6154499	0	-0,005	-50.000,00
1	0,625694922	0,5879655	-0,0882	0,0404	403.753,57
2	0,641321181	0,5597937	-0,1786	0,0869	868.857,85
3	0,657338317	0,530917	-0,2713	0,1346	1.345.600,25
4	0,673756131	0,5013176	-0,3663	0,1834	1.834.272,75
5	0,690584749	0,4709774	-0,4637	0,2335	2.335.176,33
6	0,707834482	0,4398778	-0,5635	0,2849	2.848.617,98
7	0,725515855	0,4079998	-0,6658	0,3375	3.374.911,57

- b) Untuk perhitungan cadangan premi pada saat $t = 5$ persoalan berikutnya tidak dihitung lagi pada awal tahun hingga akhir tahun ke-4 karena cadangan premi yang dihitung masih sama, tetapi untuk cadangan premi pada akhir tahun ke-5 maka akan digunakan persamaan (15) sampai peserta asuransi yang masih hidup meninggal pada tahun ke-7

$$\begin{aligned} {}^{18}_5V &= \frac{M_{35} - M_{55} + D_{55}}{D_{35}} \\ &\quad - \left(\frac{\frac{M_{35} - M_{55} + D_{55}}{D_{35}} + \frac{M_{30} - M_{50} + D_{50}}{D_{30}} - \frac{(M_{35,30} - M_{55,50} + D_{55,50})}{D_{35,30}} + \alpha}{\frac{N_{35} - N_{55}}{D_{35}} + \frac{N_{30} - N_{50}}{D_{30}} + \frac{N_{55,50} - N_{35,30}}{D_{35,30}}} \right) \left(\frac{N_{35} - N_{50}}{D_{35}} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\gamma' \left(\left(\left(\frac{N_{35}-N_{55}}{D_{35}} + \frac{N_{30}-N_{50}}{D_{30}} - \left(\frac{N_{35,30}-N_{55,50}}{D_{35,30}} \right) \right) \left(\frac{N_{35}-N_{48}}{D_{35}} \right) \right) - \left(\frac{N_{35}-N_{50}}{D_{35}} \right) \right) \\
& = 0.693731578 - 0.467027822 - 0.03(-0.437153823) \\
& = \text{Rp } 10.000.000(0.239818371) \\
& {}^{18}_5V = \text{Rp } 2.398.183,71
\end{aligned}$$

Jadi, didapatlah cadangan pada tahun ke-5 sampai tahun seterusnya sampai kematian terakhir dari peserta asuransi seperti di dalam Tabel 2.

Tabel 2: Cadangan *Premium Sufficiency Status Last Survivor* untuk Peserta Asuransi Jiwa Pria Berusia 35 Tahun dan Wanita Berusia 30 Tahun (istri meninggal pada tahun ke-5 dan sang suami meninggal pada tahun ke-7)

Waktu Perhitungan Cadangan	A	B	C	V=A-B-0.03C	Cadangan <i>Premium Sufficiency</i>
0	0,61044986	0,6154499	0	-0,005	-50.000,00
1	0,625694922	0,5879655	-0,0882	0,0404	403.753,57
2	0,641321181	0,5597937	-0,1786	0,0869	868.857,85
3	0,657338317	0,530917	-0,2713	0,1346	1.345.600,25
4	0,673756131	0,5013176	-0,3663	0,1834	1.834.272,75
5	0,693731578	0,467027822	-0,437153823	0,239818371	2.398.183,71
6	0,710729046	0,436332908	-0,536822193	0,290500804	2.905.008,04
7	0,728157873	0,404854454	-0,63913848	0,342477573	3.424.775,73

4. KESIMPULAN

Pada asuransi jiwa dwiguna *last survivor*, perhitungan preminya berkaitan dengan premi asuransi jiwa untuk perorangan dan premi asuransi jiwa *joint life*. Dalam menentukan premi asuransi jiwa *last survivor*, harus ditentukan terlebih dahulu premi untuk asuransi jiwa perorangan dan premi untuk asuransi jiwa *joint life*. Pada perhitungan dengan premi bersih tidak terdapat biaya-biaya seperti biaya penutupan baru, biaya pengumpulan premi dan biaya pemeliharaan sehingga jumlah premi bersih yang dihitung lebih kecil dari pada premi kotor, yang mengakibatkan cadangan yang dihitung dengan metode *premium sufficiency* lebih besar dibandingkan dengan cadangan yang dihitung dengan premi bersih. Perhitungan dilakukan adalah dengan bantuan *Ms. Excel* sehingga penulis kesulitan dalam menyatukan perhitungan pada saat $t < m$ dan $t \geq m$. Penulis menyarankan agar menggunakan program metode numerik untuk memudahkan perhitungan. Saran untuk studi selanjutnya dapat meneliti cadangan pada asuransi yang lain dengan metode cadangan yang dimodifikasi .

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Bowers N. L., H. U. Gerber, J. C. Hickman, D. A. Jones & C. J. Nesbitt. 1997. *Actuarial Mathematics*. The Society of Actuaries, Schaumburg.
- [2] Dickson, D. C. M., M. R. Hardy & H. R. Waters. 2009. *Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks*. Cambridge University Press, Cambridge.
- [3] Futami, T. 1993. *Matematika Asuransi Jiwa, Bagian 1*. Terj. dari Seimei Hoken Sugaku, Jokan ("92 Revision), oleh Herliyanto, G. Penerbit Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Japan.
- [4] Futami, T. 1994. *Matematika Asuransi Jiwa, Bagian II*. Terj. dari Seimei Hoken Sugaku, Gekan ("92 Revision), oleh Herliyanto, G. Penerbit Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Japan.
- [5] Kellison, S. G. 1970. *The Theory of Interest*. Richard D. Irwin Inc. Illinois, United States of America
- [6] Menge, W. O & C. H. Fischer. 1985. *The Mathematics of Life Insurance*. Ulrich's Books Inc. Michigan.
- [7] Siregar, M. T. 2014. Cadangan Asuransi Dwiguna Last Survivor dengan Metode Premium Sufficiency. Skripsi S1 Jurusan Matematika FMIPA Universitas Riau, Pekanbaru.