

CADANGAN PREMI DENGAN METODE CANADIAN PADA ASURANSI JIWA BERJANGKA

Ike Rulismawati Khoirunnisa¹, Hasriati², Harison²

¹Mahasiswa Program S1 Matematika

²Dosen Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau
Kampus Bina Widya 28293 Indonesia

*ikeruliys@gmail.com

ABSTRACT

This article discusses the prospective reserve of term life insurance of the Canadian method. The method gives the extend of modified period over the entire premium payment period. Term life insurance reserve calculation is solved by determination of the single premium, annual premium, and annuity based on the assumption of constant force in advance.

Keywords: *Prospective reserve, term life insurance, Canadian methods, assumptions of constant force*

ABSTRAK

Artikel ini membahas tentang cadangan prospektif asuransi jiwa berjangka dengan metode Canadian. Metode ini memberikan perluasan premi modifikasi untuk keseluruhan periode pembayaran premi. Perhitungan cadangan asuransi jiwa berjangka diselesaikan dengan menentukan terlebih dahulu premi tunggal, premi tahunan, dan anuitasnya berdasarkan asumsi *constant force*.

Kata Kunci: Cadangan prospektif, asuransi jiwa berjangka, metode *Canadian*, asumsi *constant force*

1. PENDAHULUAN

Asuransi jiwa berjangka adalah suatu asuransi jiwa apabila pemegang polis mulai dari disetujuinya kontrak asuransi sampai dengan jangka waktu tertentu meninggal dunia, akan dibayarkan uang pertanggungan [3: h.82]. Dalam jangka waktu pertanggungan tersebut peserta asuransi mempunyai kewajiban membayar premi kepada perusahaan asuransi. Besarnya premi dipengaruhi oleh tingkat mortalita, tingkat bunga, dan biaya lainnya.

Premi yang telah terkumpul dari peserta asuransi oleh perusahaan asuransi disimpan sebagai cadangan premi yang akan dibayarkan kembali kepada peserta asuransi sebagai uang pertanggungan apabila terjadi klaim. Perhitungan cadangan premi dapat dimodifikasi untuk menghindari kerugian di tahun-tahun awal perhitungan cadangan premi, hal ini dikarenakan pengeluaran yang besar pada awal tahun polis yang disebut dengan cadangan modifikasi.

Perhitungan besarnya nilai cadangan yang dimodifikasi dihitung menggunakan metode Canadian. Periode modifikasi metode Canadian dimungkinkan untuk keseluruhan periode pembayaran premi bersih selama kontrak berlangsung.

Pada [6: h.101], perhitungan cadangan premi yang dimodifikasi menggunakan premi bersih. Pada artikel ini, besarnya cadangan menggunakan premi bersih yang dimodifikasi menggunakan metode Canadian dengan asumsi *constant force* [2: h.48] pada asuransi jiwa berjangka.

2. NILAI TUNAI ANUITAS HIDUP BERJANGKA DAN PREMI BERDASARKAN ASUMSI *CONSTANT FORCE*

Pada bagian ini dibahas mengenai anuitas seumur hidup dan anuitas hidup berjangka, serta premi asuransi jiwa berjangka. Sebelumnya, akan diberikan terlebih dahulu peluang hidup seseorang yang berusia x tahun berdasarkan asumsi *constant force*.

Percepatan mortalita dari seorang peserta asuransi berdasarkan asumsi *constant force* dinyatakan dengan [2: h.48]

$$\mu(x) = \mu, \quad x > 0, \mu > 0.$$

Asumsi *constant force* menyatakan bahwa percepatan mortalita dari orang yang berusia x tahun adalah konstan. Sehingga, orang yang berusia $(x + s)$ tahun percepatan mortalitanya akan sama dengan orang yang berusia x tahun dengan syarat bahwa $0 \leq s < 1$, maka dapat ditentukan peluang seseorang yang berusia x tahun akan hidup hingga t tahun yaitu ${}_t p_x$ berdasarkan asumsi *constant force* adalah

$${}_t p_x = (p_x)^t. \tag{1}$$

Peluang hidup pada persamaan (1) akan digunakan dalam perhitungan cadangan premi secara prospektif yang dimodifikasi dengan metode Canadian pada asuransi jiwa berjangka.

Anuitas hidup berjangka adalah anuitas hidup dimana pembayarannya dilakukan pada suatu jangka waktu tertentu. Nilai tunai anuitas yang pembayarannya dilakukan selama jangka waktu tertentu yang dilakukan setiap awal tahun dengan syarat seseorang tersebut masih hidup disebut dengan nilai tunai anuitas hidup berjangka awal. Nilai tunai anuitas hidup berjangka awal dari peserta asuransi berusia x tahun [3: h.72] dinyatakan dengan

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t {}_t p_x.$$

Berdasarkan asumsi *constant force*, diberikan nilai tunai anuitas hidup berjangka awal adalah (lihat [5])

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \frac{1 - (p_x)^n}{1 - v p_x}.$$

Anuitas hidup berjangka awal dengan masa pembayaran premi selama h tahun dimana $h < n$, berdasarkan asumsi *constant force* dinyatakan dengan

$$\ddot{a}_{x:\overline{h}|} = \frac{1 - (vp_x)^h}{1 - vp_x}. \quad (2)$$

Peserta asuransi yang berusia $x+t$ tahun, dengan masa pertanggungan $h-t$ tahun, maka nilai tunai anuitas hidup berjangka awalnya berdasarkan asumsi *constant force* dinyatakan dengan

$$\ddot{a}_{x+t:\overline{h-t}|} = \frac{1 - (vp_{x+t})^{h-t}}{1 - vp_{x+t}}. \quad (3)$$

Nilai tunai anuitas yang pembayarannya dilakukan selama jangka waktu tertentu yang dilakukan setiap akhir tahun dengan syarat seseorang tersebut masih hidup disebut dengan nilai tunai anuitas hidup berjangka akhir. Nilai tunai anuitas hidup berjangka akhir dari peserta asuransi berusia x tahun dinyatakan [3: h.72]

$$a_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=1}^n v^t p_x.$$

Berdasarkan asumsi *constant force*, diberikan nilai tunai anuitas hidup berjangka akhir sebagai berikut (lihat [5]):

$$a_{x:\overline{n}|} = \frac{vp_x (1 - (vp_x)^n)}{1 - vp_x}.$$

Anuitas hidup berjangka akhir untuk masa pembayaran premi $h-1$ tahun dengan $h < n$, berdasarkan asumsi *constant force* dinyatakan dengan

$$a_{x:\overline{h-1}|} = \frac{vp_x (1 - (vp_x)^{h-1})}{1 - vp_x}. \quad (4)$$

Menurut cara pembayarannya premi asuransi jiwa dibagi menjadi premi tunggal dan premi tahunan. Premi tunggal adalah premi yang dibayarkan sekali pada awal kontrak asuransi disetujui. Premi tunggal asuransi jiwa berjangka dinyatakan [3: h.83]

$$A_{x:\overline{n}|}^1 = R \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} {}_t|q_x.$$

Berdasarkan asumsi *constant force*, diberikan premi tunggal asuransi jiwa berjangka yaitu (lihat [5])

$$A_{x:\overline{n}|}^1 = R \left(\frac{(v - vp_x)(1 - (vp_x)^n)}{1 - vp_x} \right). \quad (5)$$

Premi tunggal asuransi jiwa berjangka dengan jangka waktu pertanggungan selama $n-t$ tahun dan usia peserta asuransi jiwa $x+t$ tahun berdasarkan asumsi *constant force* dinyatakan dengan persamaan

$$A^1_{x+t:n-t} = R \left(\frac{(v - vp_{x+t})(1 - (vp_{x+t})^{n-t})}{1 - vp_{x+t}} \right). \quad (6)$$

Selanjutnya, premi tahunan asuransi jiwa berjangka adalah premi yang dibayarkan oleh peserta asuransi setiap tahunnya selama kontrak berlangsung. Premi tahunan asuransi jiwa berjangka diberikan dari premi tunggal asuransi jiwa berjangka dibagi dengan anuitas hidup berjangka awal, sehingga premi tahunan asuransi jiwa berjangka n tahun yang dibayarkan oleh seorang peserta asuransi dengan masa pembayaran premi selama h tahun dinyatakan dengan [6: h.57]

$${}_h P^1_{x:n} = \frac{A^1_{x:n}}{\ddot{a}_{x:h}}. \quad (7)$$

Premi tahunan asuransi jiwa berjangka berdasarkan asumsi *constant force* dapat diperoleh dengan mensubstitusikan persamaan (2) dan (5) ke persamaan (7) sebagai berikut (lihat [5]):

$${}_h P^1_{x:n} = \frac{R(v - vp_x)(1 - (vp_x)^n)}{1 - (vp_x)^h}. \quad (8)$$

Premi tahunan yang dibayar setiap tahun selama peserta asuransi jiwa masih hidup disebut dengan premi asuransi seumur hidup [6: h.108]. Berdasarkan asumsi *constant force* premi asuransi jiwa seumur hidup dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut:

$$P_x = R \left[v - \frac{vp_x(1 - (vp_x)^{\omega-x-1})}{1 - (vp_x)^{\omega-x}} \right]. \quad (9)$$

3. CADANGAN PREMI DENGAN METODE CANADIAN

Cadangan premi bersih dengan cara prospektif adalah besar cadangan yang diberikan dari nilai sekarang dari total pengeluaran di waktu yang akan datang dikurangi dengan nilai sekarang dari total pendapatan premi di waktu yang akan datang [1: h.216]. Cadangan prospektif premi tahunan untuk asuransi jiwa berjangka dinyatakan dengan persamaan berikut:

$${}_t V^1_{x:n} = \begin{cases} A^1_{x+t:n-t} - {}_h P^1_{x:n} \ddot{a}_{x+t:h-t}, & t < h \\ A^1_{x+t:n-t}, & t \geq h \end{cases} \quad (10)$$

Cadangan premi modifikasi menggunakan perhitungan premi bersih yang dimodifikasi. Premi modifikasi dinyatakan dengan α untuk premi yang dimodifikasi pada awal tahun polis dan β untuk premi yang dimodifikasi pada tahun berikutnya (untuk $s-1$ tahun berikutnya). Cadangan premi modifikasi secara prospektif pada akhir tahun ke- t , dinyatakan dengan [6: h.101]

$${}^hV_{x:n|}^1 = A_{x+t:n-t|}^1 - \beta \ddot{a}_{x+t:s-t|} - {}^hP_{x:n|}^1 {}_s-t| \ddot{a}_{x+t:h-s|}.$$

Selanjutnya, perhitungan cadangan prospektif modifikasi diselesaikan dengan menggunakan metode Canadian. Metode Canadian adalah metode perhitungan cadangan dengan menyetarakan antara premi bersih dan premi modifikasi awal metode Canadian dengan selisih antara premi bersih untuk polis asuransi jiwa seumur hidup dengan premi natural, maka premi awal modifikasi dengan metode Canadian dinyatakan dengan [6: h.115]

$$\alpha^{can} = {}^hP_{x:n|}^1 - (P_x - c_x), \quad (11)$$

dengan c_x adalah premi natural. Premi natural adalah premi asuransi jiwa berjangka dengan jangka waktu satu tahun dan diperpanjang tiap tahunnya dinyatakan dengan persamaan [3: h.108]

$$c_x = Rv(1 - p_x). \quad (12)$$

Nilai sekarang dari keseluruhan premi bersih pada permulaan kontrak asuransi sama dengan nilai sekarang dari total keuntungan yang akan diterima perusahaan atas kontrak asuransi itu [6: h.100], sehingga diberikan bahwa nilai sekarang dari premi bersih modifikasi dengan metode Canadian sama dengan nilai sekarang dari premi bersihnya dinyatakan dengan

$${}^hP_{x:n|}^1 \ddot{a}_{x:h|} = \alpha^{can} + \beta^{can} a_{x:h-1|}, \quad (13)$$

subtitusikan persamaan (11) ke persamaan (13), diperoleh premi modifikasi perpanjangan metode Canadian yaitu

$$\beta^{can} = \frac{{}^hP_{x:n|}^1 \ddot{a}_{x:h|} - {}^hP_{x:n|}^1 + (P_x - c_x)}{a_{x:h-1|}}. \quad (14)$$

premi bersih modifikasi metode Canadian berdasarkan asumsi *constant force* diberikan dengan mensubtitusi persamaan (4), (8), (9), dan persamaan (11) ke persamaan (14) sebagai berikut (lihat[5]):

$$\beta^{can} = R \left\{ \frac{(v - vp_x)(1 - (vp_x)^n)}{1 - (vp_x)^h} + \frac{(1 - vp_x)(1 - (vp_x)^{\omega-x-1})}{(1 - (vp_x)^{\omega-x})(1 - (vp_x)^{h-1})} - \frac{1 - vp_x}{(1 - (vp_x)^{h-1})} \right\}. \quad (15)$$

Periode pembayaran premi bersih yang dimodifikasi menggunakan metode Canadian merupakan keseluruhan periode pembayaran premi bersih dari kontrak asuransi jiwa ($s=h$), sehingga cadangan premi modifikasi dengan metode Canadian dinyatakan dengan

$${}_tV_{x:\overline{n}|}^{can} = \begin{cases} A_{x+t:\overline{n-t}|}^1 - \beta^{can} \ddot{a}_{x+t:\overline{h-t}|}, & t < h \\ A_{x+t:\overline{n-t}|}^1, & t \geq h. \end{cases} \quad (16)$$

Selanjutnya, substitusikan persamaan (3) dan (6) ke persamaan (16), sehingga diberikan cadangan premi dengan metode Canadian berdasarkan asumsi *constant force* sebagai berikut (lihat [5]):

$${}_tV_{x:\overline{n}|}^{can} = R \left(\frac{(v - vp_{x+t})(1 - (vp_{x+t})^{n-t})}{1 - vp_{x+t}} \right) - \beta^{can} \frac{(1 - (vp_{x+t})^{h-t})}{1 - vp_{x+t}}, \quad t < h. \quad (17)$$

Pada saat $t \geq h$ tidak ada lagi pembayaran premi, sehingga cadangan premi asuransi jiwa berjangka dengan metode Canadian berdasarkan asumsi *constant force* adalah

$${}_tV_{x:\overline{n}|}^{can} = R \left(\frac{(v - vp_{x+t})(1 - (vp_{x+t})^{n-t})}{1 - vp_{x+t}} \right), \quad t \geq h. \quad (18)$$

Contoh Seorang peserta asuransi berusia 30 tahun mengikuti program asuransi jiwa berjangka selama 35 tahun, dengan santunan Rp100.000.000,-, yang akan diberikan pada akhir tahun polis saat ia meninggal dunia. Dengan membayar premi selama 30 tahun, maka akan ditentukan cadangan premi secara prospektif, cadangan premi dengan metode Canadian, dan cadangan premi dengan metode Canadian menggunakan asumsi *constant force*.

Penyelesaian dari kasus diatas diberikan sebagai berikut: diketahui $x=30$, $n=35$, dan $h=30$ dengan $R=10^8$. Berdasarkan Tabel Mortalita Indonesia tahun 1999 untuk jenis kelamin laki-laki dan tingkat bunga $i=0,025$ diberikan bahwa

$$p_{30} = 0,9986252, \quad \text{dan} \quad v = 0,975609756.$$

Premi bersih tahunan dari asuransi jiwa berjangka diberikan dengan mensubstitusikan data-data pada Tabel Mortalita Indonesia 1999 ke persamaan (8) diberikan

$${}_{30}P_{30:\overline{35}|}^1 = \frac{10^8 \sum_{t=0}^{35-1} v^{t+1} {}_tq_{30}}{\sum_{t=0}^{30-1} v^t {}_tP_{30}} = \text{Rp}554.005,06.$$

Selanjutnya, menggunakan persamaan (10) ditentukan cadangan prospektif yaitu untuk $t < h$ dengan $t = 5$ adalah

$$\begin{aligned} {}_5^{30}V_{\overline{30:35}|} &= A^1_{\overline{30+5:35-5}|} - {}_{30}P^1_{\overline{30:35}|} \ddot{a}_{\overline{30+5:30-5}|} \\ &= \sum_{t=0}^{30-1} v^t |q_{35} - (554005,0648) \sum_{t=0}^{25-1} v^t p_{35} \\ {}_5^{30}V_{\overline{30:35}|} &= \text{Rp}1.778.772,85, \end{aligned}$$

dan cadangan prospektif untuk $t \geq h$ dengan $t = 33$ adalah

$$\begin{aligned} {}_{33}^{30}V_{\overline{30:35}|} &= A^1_{\overline{30+33:35-33}|} \\ {}_{33}^{30}V_{\overline{30:35}|} &= \text{Rp}5.604.789,04. \end{aligned}$$

Premi modifikasi dengan metode Canadian diberikan dengan menggunakan persamaan (14) sebagai berikut:

$$\beta^{can} = {}_{30}P^1_{\overline{30:35}|} + \frac{(P_{30} - c_{30})}{a_{\overline{30:30-1}|}} = \text{Rp}614.161,54.$$

Menggunakan persamaan (16) cadangan prospektif metode Canadian untuk $t < h$ dengan $t = 5$ yaitu

$${}_5^{30}V_{\overline{30:35}|}^{can} = A^1_{\overline{30+5:35-5}|} - \beta^{can} \ddot{a}_{\overline{30+5:30-5}|} = \text{Rp}649.896,42,$$

dan cadangan prospektif untuk $t \geq h$ dengan $t = 33$ adalah

$${}_{33}^{30}V_{\overline{30:35}|}^{can} = A^1_{\overline{30+33:35-33}|} = \text{Rp}5.604.789,04.$$

Premi modifikasi dengan metode Canadian berdasarkan asumsi *constant force* diberikan dengan menggunakan persamaan (15) sebagai berikut:

$$\beta^{can} = 10^8 \left\{ \frac{(v - vp_{30})(1 - (vp_{30})^{35})}{1 - (vp_{30})^{30}} + \frac{(1 - vp_{30})(1 - (vp_{10})^{100-30-1})}{(1 - (vp_{30})^{100-30})(1 - (vp_{30})^{30-1})} - \frac{1 - vp_{30}}{(1 - (vp_{30})^{30-1})} \right\}$$

$$\beta^{can} = \text{Rp}172.578,70.$$

Menggunakan persamaan (17) dan (18) diberikan cadangan modifikasi dengan metode Canadian berdasarkan asumsi *constant force* untuk $t < h$ dan $t = 5$ adalah

$${}_5^{30}V_{\overline{30:35}|}^{can} = R \left(\frac{(v - vp_{30+5})(1 - (vp_{30+5})^{35-5})}{1 - vp_{30+5}} \right) - \beta^{can} \frac{(1 - (vp_{30+5})^{30-5})}{1 - vp_{30+5}} = \text{Rp}166.163,72,$$

dan cadangan prospektif untuk $t \geq h$ dengan $t = 33$ yaitu

$${}_{33}^{30}V_{\overline{30:35}|}^{can} = R \left(\frac{(v - vp_{33})(1 - (vp_{33})^2)}{1 - vp_{33}} \right) = \text{Rp}1.950.409,75.$$

Perhitungan lebih lengkap cadangan prospektif, cadangan menggunakan metode Canadian, dan cadangan dengan metode Canadian berdasarkan asumsi *constant force* untuk peserta asuransi berusia 30 tahun dengan masa pertanggungan asuransi 35 tahun dan masa pembayaran premi selama 30 tahun diberikan pada Tabel 1.

Tabel 1: Tabel cadangan prospektif, cadangan dengan metode Canadian, dan cadangan dengan metode Canadian berdasarkan asumsi *constant force*

Tahun	Cadangan Prospektif (Rp)	Cadangan Metode Canadian (Rp)	Cadangan Metode Canadian Asumsi <i>Constant Force</i> (Rp)
1	0	-1.248.437,70	-493.577,24
2	430.968,61	-788.696,41	-440.463,39
3	872.104,22	-318.042,80	-342.922,61
4	1.321.633,11	161.745,69	-225.839,40
5	1.778.772,85	649.896,42	-5.191,50
6	2.238.658,08	1.14.1509,36	166.163,72
7	2.703.437,17	1.638.779,82	412.675,98
8	3.169.230,05	2.13.7809,61	668.657,20
9	3.635.107,07	2.63.7685,92	913.264,52
10	4.101.122,76	3.13.8491,98	1.145.822,91
11	4.567.329,15	3.64.0309,66	1.365.999,89
12	5.033.775,69	4.14.3219,37	1.608.518,86
13	5.498.513,50	4.64.5286,44	1.852.711,49
14	5.960.540,43	5.14.5534,56	2.145.590,52
15	6.415.843,12	5.63.9953,91	2.495.255,47
16	6.85.9305,83	6.123.429,76	2.892.081,40
17	7.285.656,34	6.590.697,71	3.384.158,59
18	7.685.339,10	7.032.189,30	3.925.316,12
19	8.050.968,32	7.440.531,14	4.474.223,48
20	8.437.382,51	7.866.452,54	5.006.904,07
21	8.654.853,61	8.132.710,53	5.489.481,75
22	9.07.6079,89	8.620.527,36	5.910.659,08
23	9.063.217,23	8.633.642,72	6.129.144,96
24	9.193.906,61	8.812.464,99	6.232.244,38
25	9.280.287,76	8.948.367,96	6.289.051,15
26	9.317.825,05	9.036.906,09	6.331.100,61
27	9.295.378,83	9.067.024,72	6.395.270,99
28	9.193.554,00	9.019.421,61	6.426.369,69
29	8.990.126,87	8.872.002,18	6.396.010,09
30	8.659.929,10	8.599.705,70	5.307.355,16
31	8.188.256,11	8.188.256,11	5.541.278,79
32	6.99.2304,41	6.992.304,41	4.650.449,10
33	5.604.789,04	5.604.789,04	3.473.658,43
34	3.999.071,50	3.999.071,50	1.950.409,75
35	0	0	0

4. KESIMPULAN

Cadangan yang dimodifikasi dengan metode Canadian menghasilkan cadangan yang negatif di tahun-tahun awal polis dikarenakan biaya besar yang dikeluarkan oleh perusahaan asuransi. Hal ini memberikan gambaran kepada perusahaan asuransi untuk mencari dana tambahan untuk menutupi pengeluaran yang besar terutama pada awal tahun polis agar terhindar dari kerugian.

Cadangan prospektif biasa menghasilkan besaran cadangan yang lebih besar dibandingkan dengan cadangan premi modifikasi metode Canadian, dan Cadangan premi dengan metode Canadian menghasilkan besaran cadangan yang lebih besar dibandingkan dengan cadangan premi modifikasi metode Canadian berdasarkan asumsi *constant force* pada asuransi jiwa berjangka selama n tahun dan pembayaran premi bersih selama h tahun.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Bowers, N.L., H.U. Gerber, J.C. Hickman, D.A. Jones, & C.J. Nesbitt. 1997. *Actuarial Mathematics*. The Society of Actuaries, Schaumhurg.
- [2] Dickson, D.C.M., M.R. Hardy, & H.R. Waters. 2009. *Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks*. Cambridge University Pres, New York.
- [3] Futami, Takashi. 1993. *Matematika Asuransi Jiwa, Bagian 1*. Terj. dari *Seimei Hoken Sugaku, Jokan ('92 Revision)*, oleh Herliyanto, Gatot. Penerbit Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Japan.
- [4] Herrhyanto, N. & T. Gantini. 2009. *Pengantar Statistika Matematis*. Yrama Widya, Bandung.
- [5] Khoirunnisa, I. R. 2014. *Cadangan Premi dengan Metode Canadian pada Asuransi Jiwa Berjangka*. Skripsi S1 Jurusan Matematika FMIPA Universitas Riau, Pekanbaru.
- [6] Menge, W.O. & C.H. Fischer. 1985. *The Mathematics of Life Insurance*. Ulrich's Books Inc. Michigan.
- [7] Walpole, R.E., R.H. Myers, S.L. Myres, & Keying Ye. 2007. *Probability & Statistics for Engineers & Scientists Eighth Edition*. Pearson Education International, Texas.