MODEL PERSEDIAAN PROBABILISTIK YANG MEMUAT VARIABEL *LEAD TIME* DENGAN PENDEKATAN DISTRIBUSI NORMAL

Nopriadi[1*], T.P.Nababan[2], Endang Lily[2]

[1]Mahasiswa Program Studi S1 Matematika
[2]Dosen Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau
Kampus Binawidya Pekanbaru (28293) Indonesia

*hamidnopriadi02@gmail.com

ABSTRACT

This article discusses how to minimize total inventory cost of probabilistic model (Q,r) where condition of back order and crashing lead time are allowed. Normal distribution approach is used when the demand during the lead time is normally distributed. The model is used to determine when the order is made (r) and how much the quantity Q to be ordered to minimize the total cost of inventory.

Keywords**:** *Distribution normal, lead time,* (Q,r) *inventory model*

ABSTRAK

Artikel ini mendiskusikan bagaimana mengoptimalkan biaya persediaan probabilistik model (Q,r) dimana kondisi pemesanan surut atau *back order* dan *crashing* waktu tunggu diperbolehkan. Pendekatan distribusi normal digunakan ketika permintaan selama lead time berdistribusi normal. Model tersebut digunakan untuk menentukan kapan pemesanan dilakukan (r) dan berapa banyak Q (quantity *ordered*) yang akan dipesan untuk meminimumkan biaya total persediaan.

Kata kunci**:** *distribusi normal, lead time, model inventori* (Q,r)

1. PENDAHULUAN

Dalam definisi umum pengertian inventori merupakan suatu aset yang ada dalam bentuk barang-barang yang dimiliki untuk dijual dalam operasi perusahaan maupun barang-barang yang sedang di dalam proses pembuatan. Inventori merupakan salah satu aset yang sangat mahal dalam suatu perusahaan, karena komponen ini akan berdampak langsung terhadap kondisi pendapatan perusahaan. Tanpa adanya inventori, perusahaan dihadapkan pada resiko pada suatu waktu perusahaan itu tidak dapat memenuhi keinginan pelanggannya.

Dalam dunia industri dan perdagangan, sering dijumpai permintaan (*demand*) dan waktu tunggu antara pemesanan dan kedatangan barang (*lead time*) bisa berubah. Jika permintaan dan waktu tunggu tidak dapat diketahui dengan pasti maka digunakan model pengendalian probabilistik. Suatu model dikatakan probabilistik apabila satu dari permintaan dan waktu tunggu atau bahkan keduanya tidak dapat diketahui dengan pasti dimana perilakunya harus diuraikan dengan distribusi probabilitas [6, h. 102]. Waktu tunggu memainkan peranan yang sangat penting dan telah menjadi topik yang menarik bagi banyak penulis dalam manajemen inventori. Dalam model probabilistik distribusi dari statistika digunakan untuk memperlihatkan karateristik permintaan pada saat waktu tunggu.

Banyak model-model persediaan barang yang telah dikaji dan diulas pada berbagai buku dan literature yang ada. Model persediaan barang *economic order quantity* (*EOQ*) merupakan model persediaan barang yang paling sederhana. Penyelesaian model persediaan ini ada berbagai macam misalnya Das [1] dan Namit dan Chen [3] menemukan bahwa permintaan pada saat waktu tunggu berdistribusi gamma. Namun bila permintaan memiliki rata-rata yang besar maka Namit dan Chen [3] menyarankan menggunakan distribusi normal. Dengan latar belakang tersebut, penulis tertarik untuk mengkaji ulang artikel yang ditulis oleh Wu [5] yang berjudul *"(Q,r) Inventory Models with Variable Lead Time when the Amount Received is Uncertain "*. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan kapan pemesanan dilakukan dan berapa banyak *quantity* yang dipesan untuk meminumkan total biaya persediaan.

2. MODEL PERSEDIAAN PROBABILISTIK YANG MEMUAT VARIABEL *LEAD TIME*

Model persediaan probabilistik merupakan model persediaan yang menggambarkan kondisi sebenarnya pada dunia nyata. Sedangkan tingkat persediaan itu sendiri didefinisikan sebagai jumlah satuan barang yang disediakan untuk melayani permintaan sepanjang waktu tertentu. Tingkat persediaan tersebut dapat muncul melalui proses produksi dan pemesanan.

Masalah yang senantiasa dihadapi perusahaan berkenaan dengan persediaan adalah banyaknya barang yang dipesan dan kapan pemesanan harus dilakukan oleh perusahaan sangat menentukan besarnya biaya total persediaan. Perusahaan harus mampu menentukan berapa jumlah barang yang harus dipesan dan kapan barang tersebut harus dipesan sehingga meminimumkan biaya total persediaan.

Asumsi-asumsi dalam model persediaan barang ini adalah

1) Pemesanan dilakukan ketika posisi inventori berada pada titik pemesanan kembali (*reorder point*).
2) Komponen *lead time L* dan *n* item tidak tergantung satu sama lain. Komponen mempunyai durasi minimum a_i dan durasi normal b_i dan biaya untuk mempercepat waktu tunggu per unit waktu diasumsikan dengan $c_1 \leq c_2 \leq \cdots \leq c_n$.
3) Komponen waktu tunggu yang di-*crash* per unit waktu dimulai dengan komponen c_i dan seterusnya.
4) Kekurangan barang terjadi ketika permintaan barang lebih besar dari pada jumlah barang yang ada di gudang pada waktu tunggu.
5) Biaya penyimpanan tergantung pada rata-rata jumlah barang yang disimpan

Notasi-notasi yang digunakan dalam model persediaan ini adalah:

D : Permintaan rata-rata barang per tahunn
A : Biaya pemesanan per pesanan
h : Biaya penyimpanan per item
π : Biaya kekurangan per unit *shortage*
π_0 : Marginal profit per unit
β : Himpunan dari permintaan *back order* selama periode *stock out*, $0 \leq \beta \leq 1$.
Q : Banyaknya pemesanan
L : Lamanya waktu tunggu
r : Titik pemesanan kembali (*reorder point*)
$R(L)$: Biaya *crashing lead time* per siklus
$f_x(x)$: Fungsi distribusi probabilitas dari permintaan barang pada saat waktu tunggu
Y : Jumlah pesanan yang diterima
$E(X\text{-}r)$: Nilai ekspektasi kekurangan per siklus
$E^2(X)$: $[E(X)]^2$
x^* : Nilai maksimum dari x

Ada empat jenis komponen biaya yang mempengaruhi biaya total persediaan diperhitungkan dalam model ini. Perbedaan yang tampak pada model ini terletak pada penambahan biaya *crashing* waktu tunggu. Sehingga secara matematika, biaya total persediaan dapat dinyatakan sebagai berikut :

Biaya Total Persediaan = Biaya Pemesanan + Biaya Penyimpanan + Biaya Kekurangan + Biaya Crashing Lead time

Seterusnya dalam model ini juga dikembangkan pesanan yang diterima tidak pasti tergantung pada jumlah pesanan. Jika Q dipesan tiap waktu, ekpektasi banyak pesanan yang diterima mengikuti $E(Y|Q) = \alpha Q$ dimana α faktor bias ($0 \leq \alpha \leq 1$ ketika banyaknya pesanan yang diterima kurang dari atau sama dengan banyaknya pesanan). Ketika banyak pesanan yang diterima lebih besar dari jumlah pesanan karena berbagai alasan akan berdampak langsung pada persediaan, $\alpha > 1$. Variansi dari pesanan yang diterima diberikan oleh

$$Var(Y|Q) = \sigma_0^2 + \sigma_1^2 Q^2 \ . \tag{1}$$

Jika $\sigma_1^2 = 0$ maka deviasi standar banyak pesanan yang diterima tidak tergantung banyak pesanan, jika $\sigma_0^2 = 0$ maka deviasi standar banyak pesanan yang diterima sebanding dengan jumlah pesanan.

Besarnya ke empat komponen jenis biaya yang mempengaruhi biaya total persediaan dalam model persediaan ini lebih lanjut dijelaskan di bawah ini.

1. Biaya pemesanan (O_A)
   Biaya pemesanan per tahun (O_A) bergantung pada banyaknya frekuensi pemesanan dalam setahun (f) dan biaya untuk sekali pesan (A). Maka secara matematis dinyatakan sebagai berikut:

$$O_A = A \times f. \tag{2}$$

Jika banyaknya frekuensi pemesanan per tahun bergantung pada permintaan per tahun dan ekspektasi ukuran pemesanan yang dituliskan dengan

$$f = \frac{D}{\alpha Q} \ . \tag{3}$$

Dengan demikian besarnya biaya pemesanan pertahun (O_A) dapat diperoleh dengan melakukan substitusi persamaan (3) ke dalam persamaan (2) sehingga

$$O_A = \frac{AD}{\alpha Q} \ . \tag{4}$$

2. Biaya penyimpanan (O_h)
   Biaya penyimpanan per tahun (O_h) bergantung pada ekspektasi jumlah persediaan yang disimpan per tahun (i) dan biaya simpan per unit yang dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$O_h = h \times i \ . \tag{5}$$

Ekspektasi jumlah persedian yang disimpan per siklus dinyatakan dengan

$$i_s = \frac{E(Y|Q)}{D}\left[r - DL + (1-\beta)E(X-r)^*\right] + \frac{[E(Y|Q)]^2}{2D} \ , \tag{10}$$

jika

$$[E(Y|Q)]^2 = \sigma_0^2 + (\sigma_1^2 + \alpha^2)Q^2.$$

Akibatnya persamaan (6) menjadi

$$i_s = \frac{E(Y|Q)}{D}\left[r - DL + (1-\beta)E(X-r)^*\right] + \frac{\left[\sigma_0^2 + (\sigma_1^2 + \alpha^2)Q^2\right]}{2D} \ . \tag{9}$$

Kemudian Ekspektasi jumlah persediaan yang disimpan selama setahun (i) dinyatakan dengan

$$i = \left[r - DL + (1-\beta)E(X-r)^*\right] + \frac{\left[\sigma_0^2 + (\sigma_1^2 + \alpha^2)Q^2\right]}{2(Y|Q)} \ . \tag{8}$$

Dengan demikian besarnya biaya penyimpanan per tahun diperoleh dengan mensubstitusikan persamaan (8) ke persamaan (5) diperoleh

$$O_h = h\left[r - DL + (1-\beta)E(X-r)^*\right] + \frac{h\left[\sigma_0^2 + (\sigma_1^2 + \alpha^2)Q^2\right]}{2\alpha Q} \ . \tag{9}$$

3. Biaya kekurangan (O_k)
   Kekurangan persediaan hanya dimungkinkan selama waktu ancang-ancangnya saja dan kekurangan ini terjadi bila jumlah permintaan selama waktu tunggu lebih besar dari tingkat persediaan pada saat pemesanan dilakukan. Untuk menghitung biaya kekurangan persediaan dapat didasarkan atas kuantitas barang yang kurang. Biaya kekurangan pertahun adalah

$$O_k = \frac{\bar{\pi} D}{\alpha Q} E(X-r)^*, \tag{10}$$

   dengan $\bar{\pi} = \pi + (1-\beta)\pi_0$, dimana $E(X-r)^*$ adalah rata-rata kekurangan barang dan $D/\alpha Q$ adalah banyaknya siklus dalam setahun.

4. Biaya *crashing* waktu tunggu
   Biaya *crashing* waktu tunggu adalah biaya per unit waktu yang dikeluarkan untuk mempercepat waktu tunggu kedatangan pesanan secara signifikan. Jika dituliskan $L_0 = \sum_{j=1}^{n} b_j$ dan L_i adalah lamanya waktu tunggu dengan komponen $1,2,\cdots,i$ yang di-crash dari durasi minimum, kemudian L_i dapat ditulis $L_i = \sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{j=1}^{i}(b_j - a_j),\ i,j = 1,2,\cdots,n$; dan ekspektasi biaya *crashing* waktu tunggu $R(L)$ per siklus untuk $L \in [L_i, L_{i-1}]$ adalah:

$$R(L) = c_i(L_{i-1} - L) + \sum_{j=1}^{i-1} c_j\,(b_j - a_j) \tag{11}$$

$$R(L) per\ tahun\ = biaya\ crashing\ lead\ time\ persiklus \times$$

$$banyaknya\ siklus\ dalam\ setahun$$

$$= \frac{R(L)D}{\alpha Q}. \tag{12}$$

Dari persamaan (4), (9), (10), dan (12) diperoleh total biaya persediaan untuk model ini adalah

$$EAC(Q,r,L) = O_A + O_h + O_k + R(L)/\,tahun$$

$$EAC(Q,r,L) = \frac{AD}{\alpha Q} + h\left[r - DL + (1-\beta)E(X-r)^*\right] + \frac{h}{2\alpha Q}\left[\sigma_0^2 + \left(\sigma_1^2 + \alpha^2\right)Q^2\right]$$

$$+ \frac{\bar{\pi} D}{\alpha Q} E(X-r)^* + \frac{R(L)D}{\alpha Q}. \tag{13}$$

3. MODEL DAN ALGORITMA PERSEDIAAN PROBABILISTIK YANG MENGIKUTI DISTRIBUSI NORMAL

Pada model ini diasumsikan permintaan berdistribusi normal dengan rata-rata DL dan standar deviasi permintaan pada saat *lead time* adalah $\sigma\sqrt{L}$ dan *reorder point* dituliskan sebagai $r = DL + k\sigma\sqrt{L}$ dimana k adalah *safety factor*. Sehingga ekpektasi kekurangan per siklus diberikan oleh

$$E(X-r)^* = \int_r^\infty (x-r) f(x) dx \ , \tag{14}$$

$$= \int_{DL-k\sigma\sqrt{L}}^\infty \left(x - DL - k\sigma\sqrt{L}\right) f(x) dx.$$

Jika $z = \dfrac{x-DL}{\sigma\sqrt{L}}$, maka $dx = \sigma\sqrt{L}dz$ selanjutnya diperoleh

$$E(X-r)^* = \int_{DL-k\sigma\sqrt{L}}^\infty \left(x - DL - k\sigma\sqrt{L}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(z^2)} \sigma\sqrt{L} dz,$$

$$= \sigma\sqrt{L} \int_{z=k}^\infty (z-k) \frac{1}{\sigma\sqrt{L}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(z^2)} dz \ , \tag{15}$$

dengan

$$f(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{L}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(z^2)},$$

dan

$$\int_k^\infty f(z) dz = 1 - \Phi(k),$$

sehingga diperoleh

$$E(X-r)^* = \sigma\sqrt{L} \int_k^\infty (z-k) f(z) dz$$

$$= \sigma\sqrt{L} \int_k^\infty z \ f(z) dz - k(1-\Phi(k))$$

$$= \sigma\sqrt{L} \ \phi(k) - k(1-\Phi(k)). \tag{16}$$

Jika $\Psi(k) = \phi(k) - k[1-\Phi(k)]$ maka

$$E(X-r)^* = \sigma\sqrt{L} \Psi(k) \ , \tag{17}$$

dengan ϕ adalah *standard normal density* dan Φ adalah *cumulative normal density*. Sehingga model (13) ditulis:

$$EAC(Q,k,L) = \frac{AD}{\alpha Q} + h\left[k\sigma\sqrt{L} + (1-\beta)\sigma\sqrt{L}\Psi(k)\right] + \frac{h}{2\alpha Q}\left[\sigma_0^2 + \left(\sigma_1^2 + \alpha^2\right)Q^2\right]$$

$$+ \frac{\bar{\pi}D}{\alpha Q}\sigma\sqrt{L}\Psi(k) + \frac{R(L)D}{\alpha Q} \quad . \tag{18}$$

Untuk Q dan k tetap. $EAC(Q,k,L)$ adalah fungsi konkaf dari $L \in [L_i, L_{i-1}]$, karena

$$\frac{\partial EAC(Q,k,L)}{\partial L^2} = h\left[\frac{-1}{4}k\sigma L^{\frac{-3}{2}} - \frac{1}{4}(1-\beta)\sigma L^{\frac{-3}{2}}\Psi(k)\right] - \frac{1}{4}\frac{\bar{\pi}D}{\alpha Q}\sigma L^{\frac{-3}{2}}\Psi(k) < 0. \tag{19}$$

Maka ekspektasi total biaya tahunan minimum ada pada interval $L \in [L_i, L_{i-1}]$. sebaliknya $EAC(Q,k,L)$ adalah fungsi konveks dari (Q,r) jika yang diberikan nilai $L \in [L_i, L_{i-1}]$. Sehingga untuk mencari nilai Q dan k supaya diperoleh ekspektasi biaya total persediaan yang minimum, yaitu dengan melakukan turunan parsial terhadap Q dan k maka haruslah $\partial EAC/\partial Q = 0$ dan $\partial EAC/\partial k = 0$. Dengan menetapkan

$$\frac{\partial EAC(Q,k,L)}{\partial Q} = 0,$$

dan menyelesaikannya diperoleh

$$Q = \sqrt{\frac{2D\left[A + \frac{h\sigma_0^2}{2D} + \bar{\pi}\sigma\sqrt{L}\Psi(k) + R(L)\right]}{h\left(\sigma_1^2 + \alpha^2\right)}} \quad . \tag{20}$$

Seterusnya, dengan menetapkan

$$\frac{\partial EAC(Q,k,L)}{\partial k} = 0,$$

diperoleh

$$P_z(k) = \frac{h\alpha Q}{h(1-\beta)\alpha Q + D\bar{\pi}} \quad , \tag{21}$$

dengan $P_z(k) \equiv P(Z > k)$, dan Z adalah standar normal variabel random

Untuk mencari jumlah pemesanan barang dan titik pemesanan kembali yang optimal sehingga meminimumkan total biaya persediaan dalam model persediaan barang ini diperlukan suatu algoritma. Algoritma untuk memperoleh jumlah pemesanan barang dan titik pemesanan kembali yang optimal untuk model probabilistik persediaan barang dengan melibatkan biaya *crashing* waktu tunggu ketika pesanan yang diterima tidak pasti mengikuti distribusi normal dilakukan langkah berikut:

Langkah 1

Tentukan nilai awal $L_i,\ i = 0,1,\cdots,n$, kemudian ikuti langkah-langkah dibawah ini.

i. Mulai dengan nilai $k_1 = 0$ sehingga memperoleh $\Psi(k_1) = 0.3989$.
ii. Subsitusikan nilai $\Psi(k_1)$ ke persamaa (20) untuk mengevaluasi Q_1.
iii. Dengan menggunakan Q_1, tentukan nilai $P_z(k_1)$ dari (21)
iv. Cari nilai k_2 dari tabel distribusi normal dengan mensubsitusikan $\Psi(k_1)$ kemudian hitung $P_z(k_2)$.
v. Ulangi step (ii) sampai (iii) sehingga tidak terjadi perubahan pada nilai Q_i dan k_i.

Langkah 2

Hitung ekpektasi total biaya tahunan $EAC(Q_i, k_i, L_i), i = 0, 1, \cdots, n.$

Langkah 3

Hitung $\min_{i=0,1,\cdots,n} EAC(Q_i, k_i, L_i)$.

Jika $EAC(Q^*, k^*, L^*) = \min_{i=0,1,\cdots,n} EAC(Q_i, k_i, L_i)$, maka (Q^*, k^*, L^*) adalah solusi optimal. Maka *reorder point* optimum $r^* = DL^* + k^*\sigma\sqrt{L^*}$.

4. CONTOH

Sebuah toko yang bergerak dibidang penyuplai pakaian melakukan pesanan. Permintaan terhadap produk (*D*) adalah 600 unit/tahun, biaya pemesanan (*A*) adalah \$200/order, biaya penyimpanan produk (*h*) adalah \$20/unit, π =\$50, $\pi_0 = \$150$, σ = 7 unit/tahun, $\sigma_0^2 = 100$, $\sigma_1^2 = 0{,}1$ dan α = 0,9. Kemudian ambil β = 0, 0.5, 0.8, dan 1. Data waktu tunggu yang mempunyai tiga komponen terdapat pada tabel.

Tabel 1. Data waktu tunggu

Komponen *lead time i*	Durasi normal a_i(hari)	Durasi minimum b_i(hari)	Biaya creashing perunit c_i(\$/hari)
1	6	20	0.4
2	6	20	1.2
3	9	26	5.6

Pada masalah ini akan dilakukan penentuan jumlah barang yang harus dipesan dan kapan barang itu dipesan untuk meminimumkan biaya total persediaan.

Penyelesaian:

Sebelum melakukan perhitungan variabel optimal tentukan nilai waktu tunggu dengan persamaan $L_i = \sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{j=1}^{i} (b_j - a_j)$, setelah itu bisa ditentukan biaya *crashing* waktu tunggu dengan menggunakan persamaan (11). langkah selanjutnya adalah menentukan nilai $k_i\ dan\ Q_i$ dengan menggunakan algoritma di atas, sehingga diperoleh biaya total persediaan dan reoder point seperti pada Tabel 2:

Tabel 2. Hasil prosedur optimal (L_i dalam hitungan minggu)

β	L_i	$R(L_i)$	k_i	Q_i	r_i	$EAC(Q_i, k_i, L_i)$
0.0	8	0	2.09622	123	74	3308.13
	6	5.6	2.09379	124	64	3210.95
	4	22.4	2.08267	127	53	3145.83
	3	57.4	2.05678	135	45	3231.28
0.5	8	0	2.037427	123	73	3289.65
	6	5.6	2.035576	123	63	3191.71
	4	22.4	2.023706	127	51	3132.68
	3	57.4	1.997130	136	45	3219.64
0.8	8	0	1.997008	123	72	3276.63
	6	5.6	1.994607	124	63	3183.72
	4	22.4	1.983141	127	51	3123.42
	3	57.4	1.956057	136	45	3211.43
1.0	8	0	1.967245	123	72	3267.42
	6	5.6	1.964908	124	62	3175.76
	4	22.4	1.953333	127	51	3116.87
	3	57.4	1.925866	136	44	3205.60

Dari Tabel 2 dapat disimpulkan bahwa biaya total persedian yang paling ekonomis untuk $\beta = 0.0$ adalah \$3145.83 dengan waktu tunggu selama empat minggu, selanjutnya untuk $\beta = 0.5$ diperoleh biaya total persediaan paling ekonomis sebesar \$3132.68 dengan waktu tunggu selama empat minggu, untuk $\beta = 0.8$ diperoleh biaya total persediaan paling ekonomis sebesar \$3123.42 dengan waktu tunggu selama empat minggu, untuk $\beta = 1$ diperoleh biaya total persediaan paling ekonomis sebesar \$3116.87 dengan waktu tunggu selama empat minggu sehingga dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Total biaya persediaan optimal

β	$L*$	k^*	$Q*$	$r*$	$EAC(Q^*, k^*, L^*)$
0.0	4	2.82671	127	53	3145.83
0.5	4	2.02371	127	51	3132.68
0.8	4	1.983141	127	51	3123.42
1.0	4	1.953333	127	51	3116.87

Jadi secara keseluruhan biaya total persediaan yang paling minimum adalah \$3116.87 dengan banyaknya pemesanan yang harus dipesan adalah 127 dan pemesanan dilakukan ketika persediaan ada pada titik 51.

5. KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan yang telah dikemukakan sebelumnya, Model persediaan probabilistik yang memuat variabel *lead time* diselesaikan dengan menggunakan pendekatan distribusi normal untuk permintaan pada saat waktu tunggu kedatangan pesanan. Nilai waktu tunggu disimulasikan berbeda-beda, hal ini dilakukan untuk memperlihatkan apakah ada pengaruh nilai waktu tunggu kedatangan pesanan terhadap variabel-variabel lainnya. Ternyata dari prosedur itu terlihat bahwa biaya yang dibutuhkan untuk mempercepat kedatangan pesanan berpengaruh terhadap biaya total persediaan, selanjutnya juga terlihat semakin besar nilai β biaya total persediaan semakin kecil.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Das, C. 1975. Approxsimate Solution the (Q,r) Inventory Model for Gamma Lead Time Demand. *Management Sciences*, **22**:273-282.

[2] Montgomery, D. C. & Runger, G. C. 2007. *Applied Statistics and Probability for Engineers*. 4th Edition. John Willey, New Jersey.

[3] Namit, K & J, Chen. 1999. Solution to the <Q,r> Inventory Model for Gamma Lead-Time Demand. *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, **29**:138-151.

[4] Siswanto. 2007. *Operation Research, Edisi Kedua*. Erlangga, Jakarta.

[5] Wu, K. 2000. (Q,r) Inventory model with variabel lead time when the Amount Received is Uncertain. *Information and Management Sciences,* **11**:81-94.

[6] Winston, W. L. 2004. *Operations Research: Applications And Algorithms*. International student 4th Edition. Belmont, USA.